

## **2.2 Entwurfs - Diagramme**

### **2.2.1 Diagramme 10m Spannweite: Diagramme 2-4 bis 2-15**

**Seite 122ff**

### **2.2.2 Diagramme 20m Spannweite: Diagramme 2 - 16 bis 2 - 27**

**Seite 134ff**

### **2.2.3 Diagramme 30m Spannweite: Diagramme 2 - 28 bis 2 - 39**

**Seite 146ff**

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Parabolisch-unterspannte Systeme

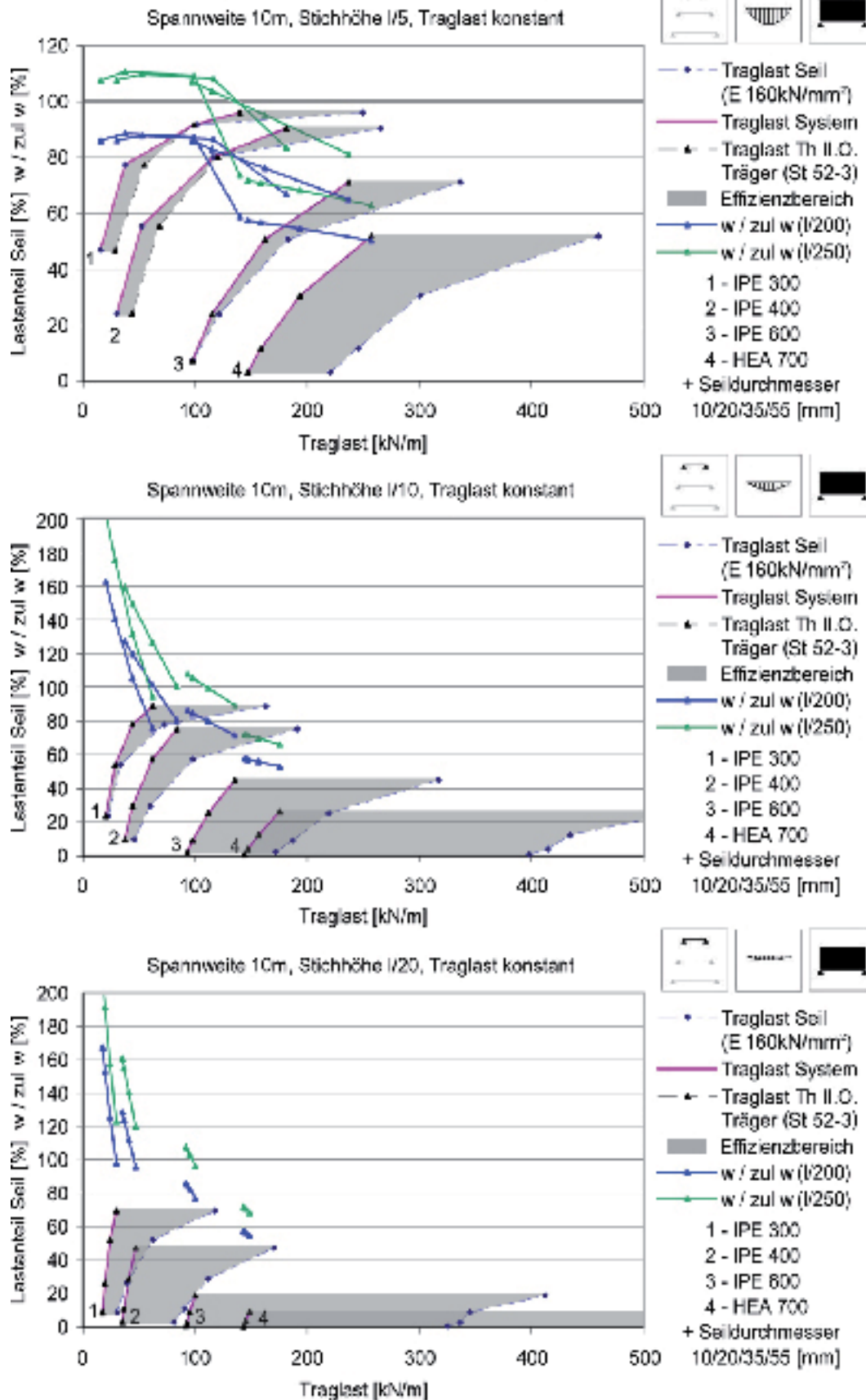


Diagramm 2 - 4

Laстанteil Seil unter Traglast G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

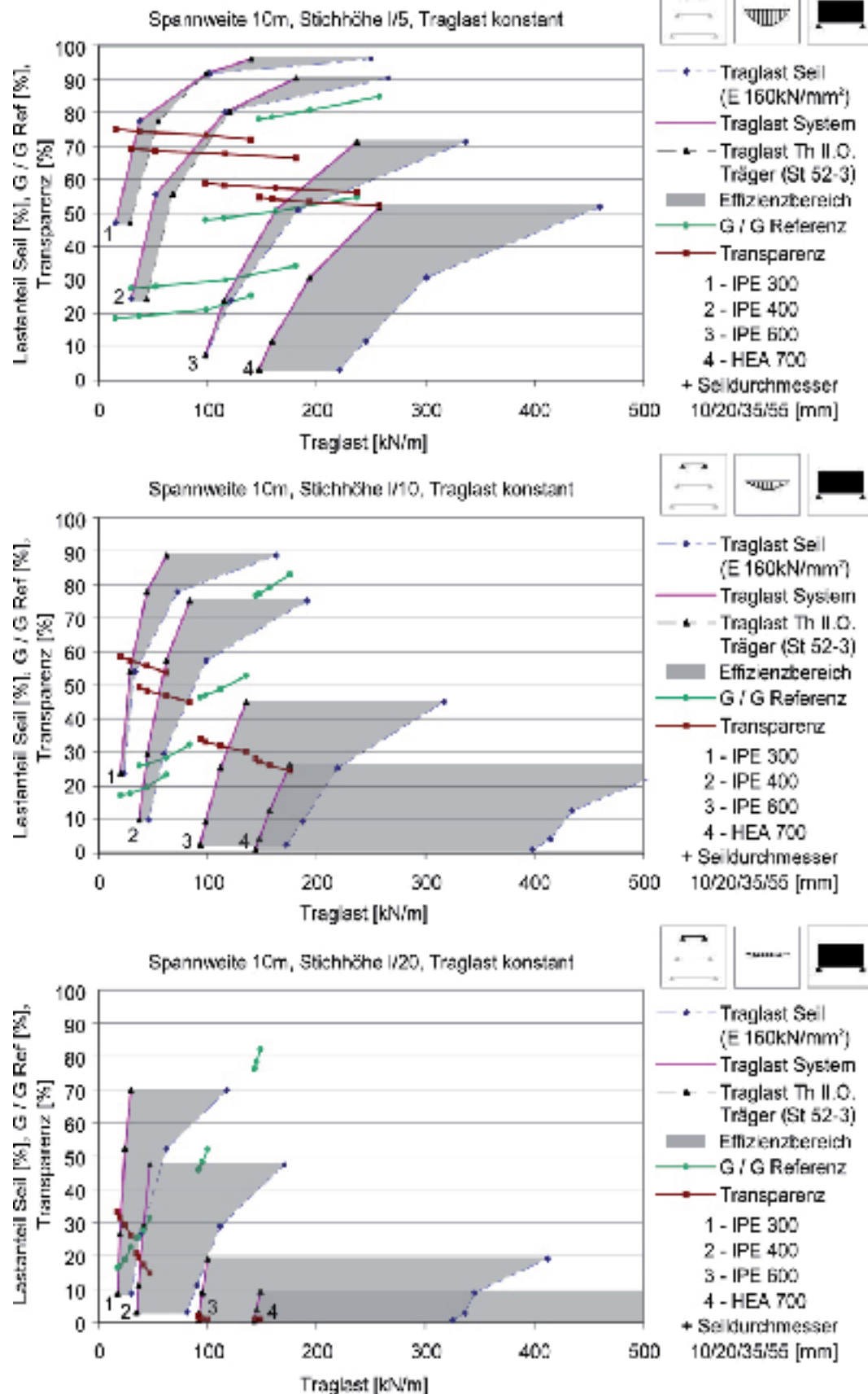


Diagramm 2 - 5

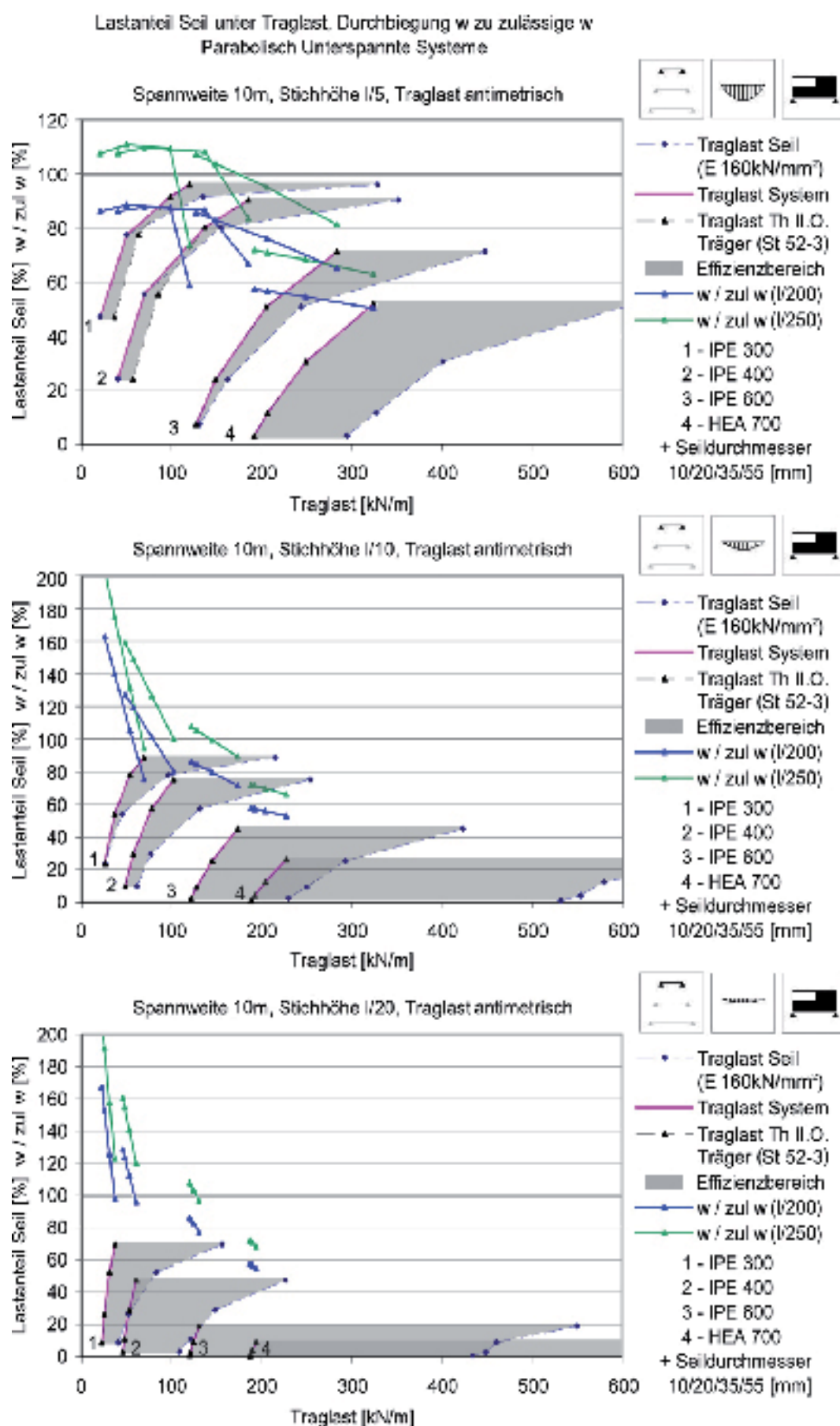


Diagramm 2 - 6

Lastenteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

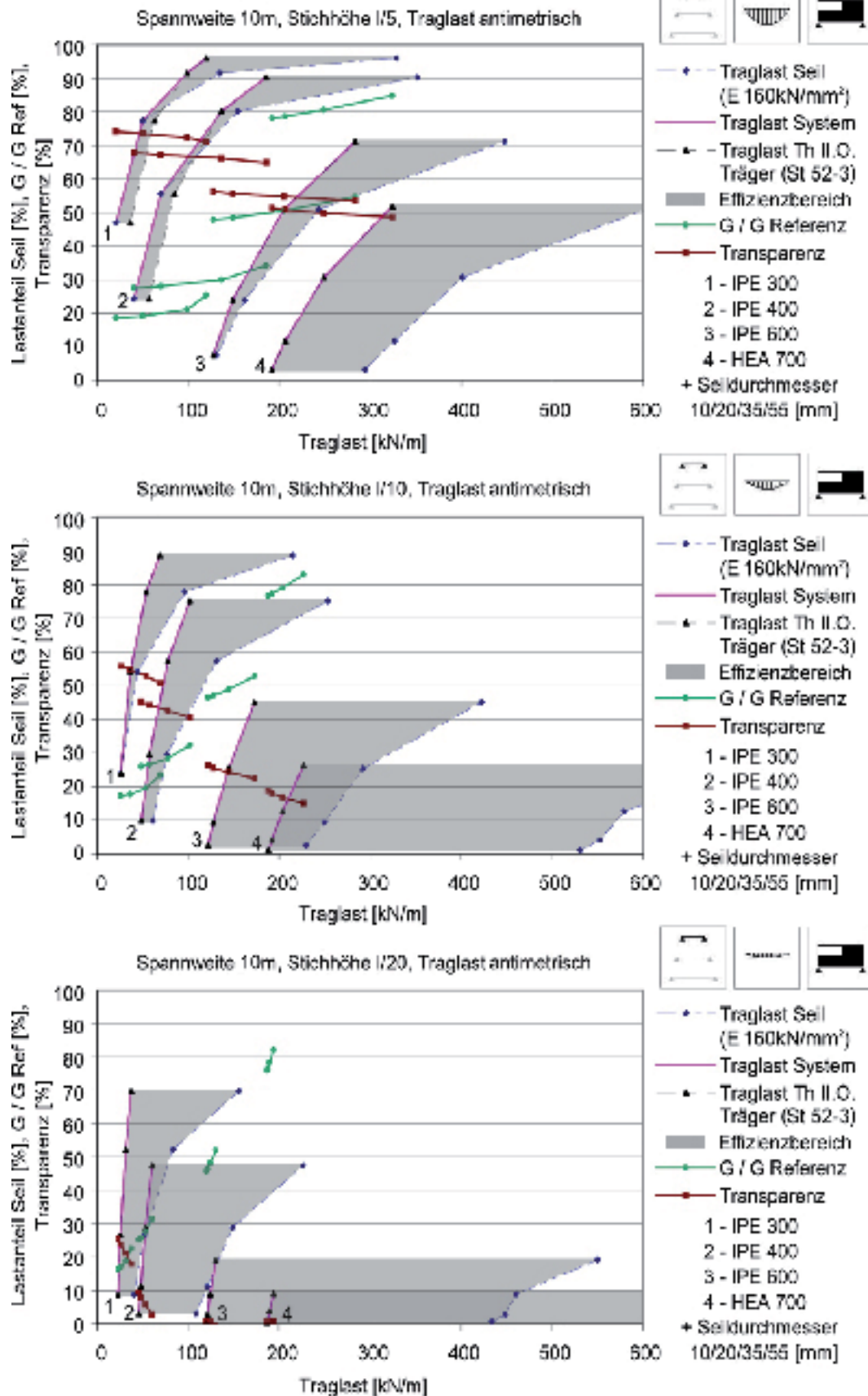


Diagramm 2 - 7



Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

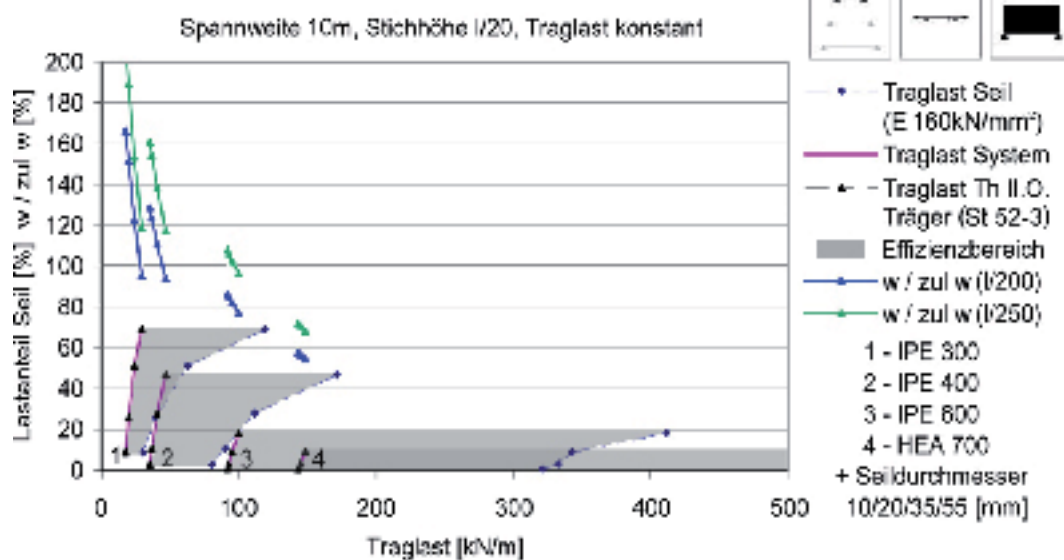
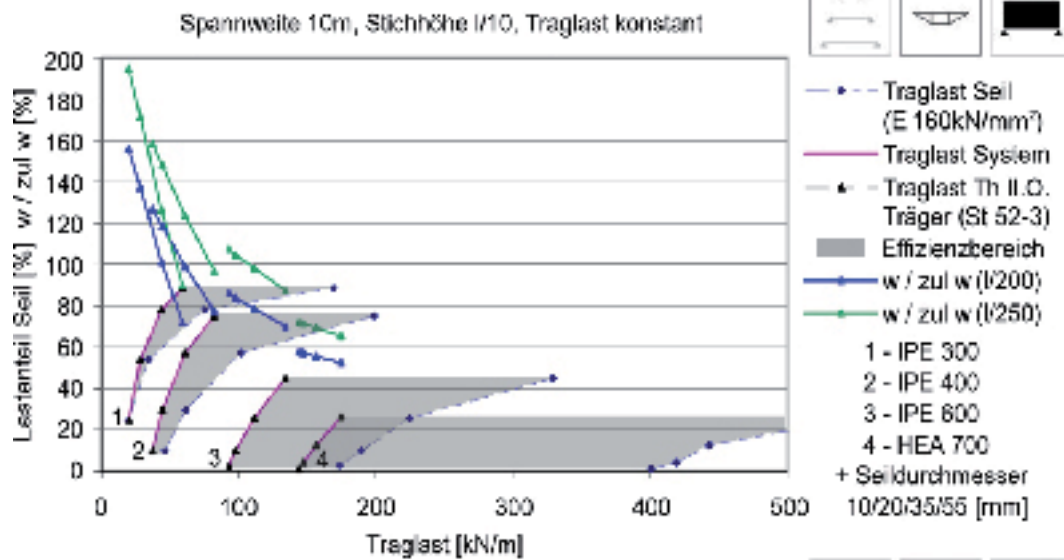
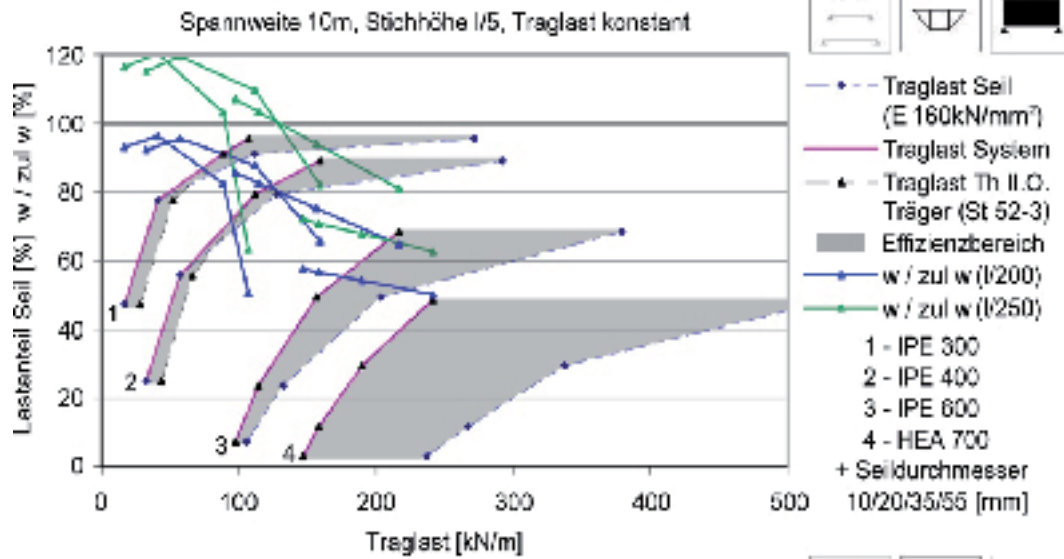


Diagramm 2 - 8

Lastenteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

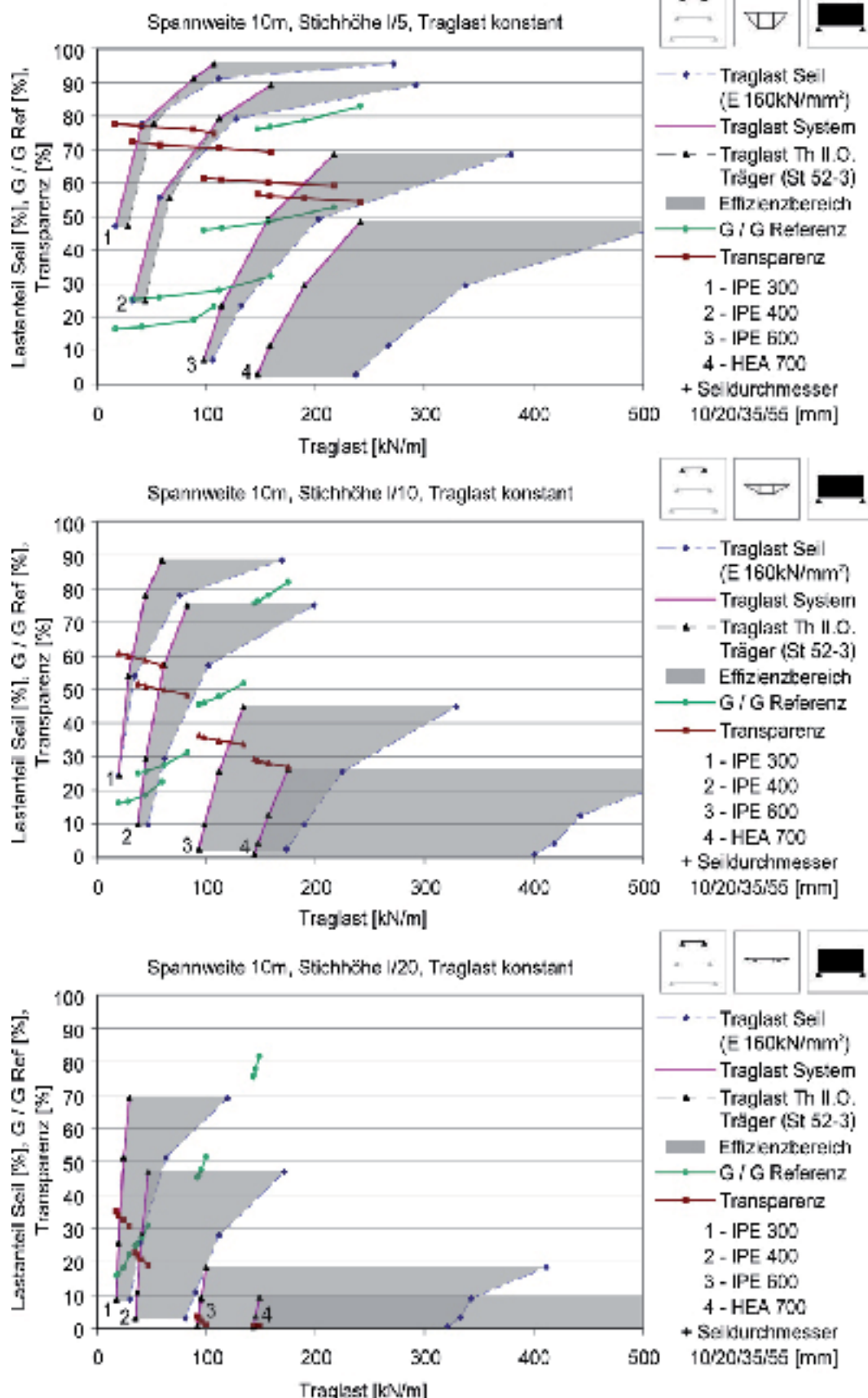


Diagramm 2 - 9

Lastenteil Seil unter Traglast, Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

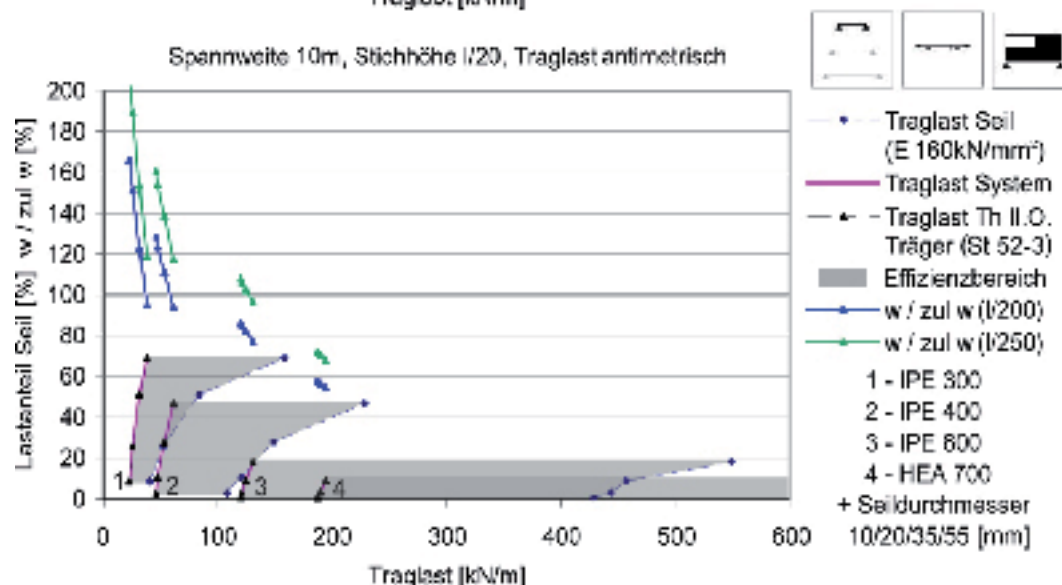
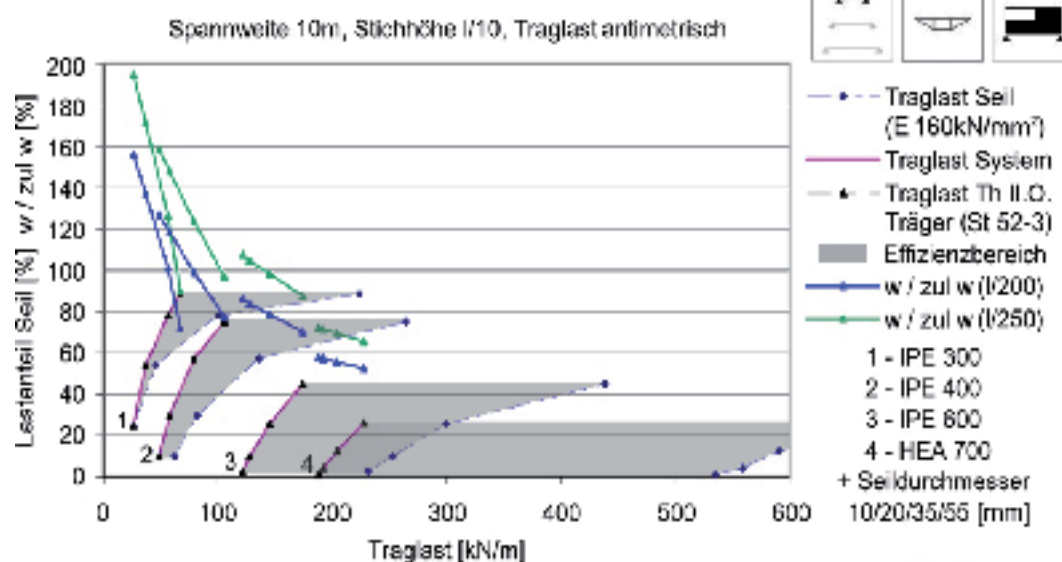
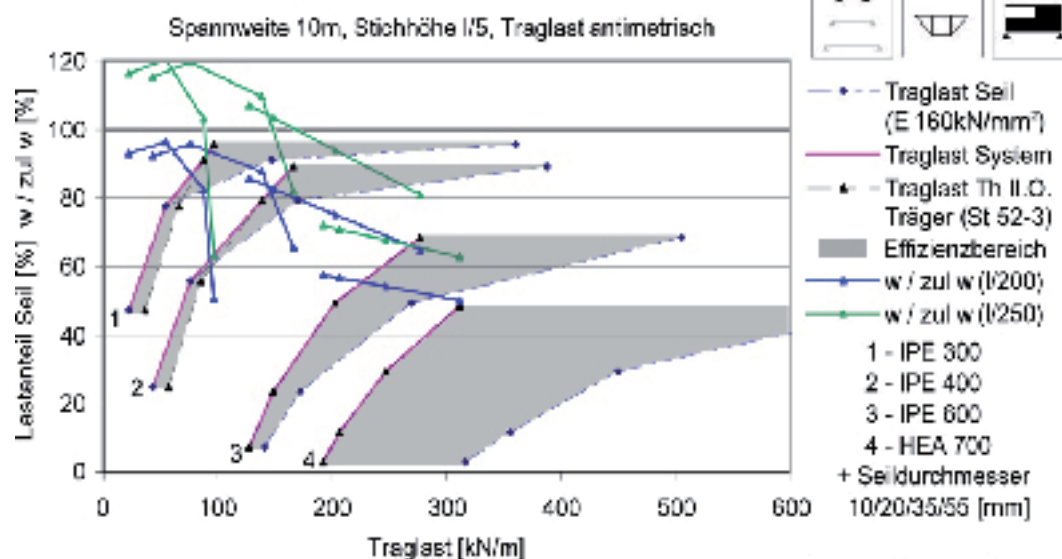


Diagramm 2 - 10



Laстанteil Seil unter Traglast G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

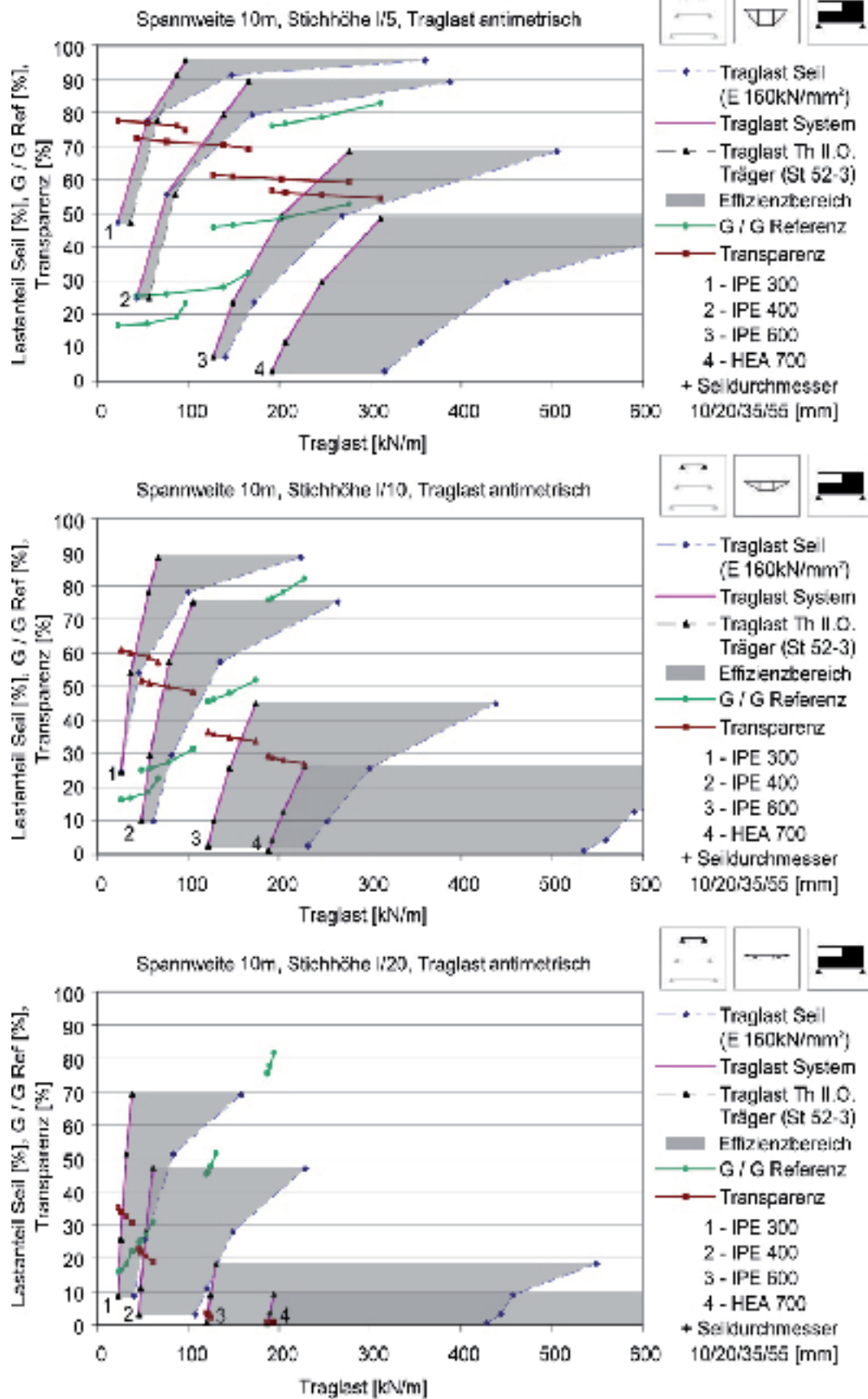


Diagramm 2 - 11

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

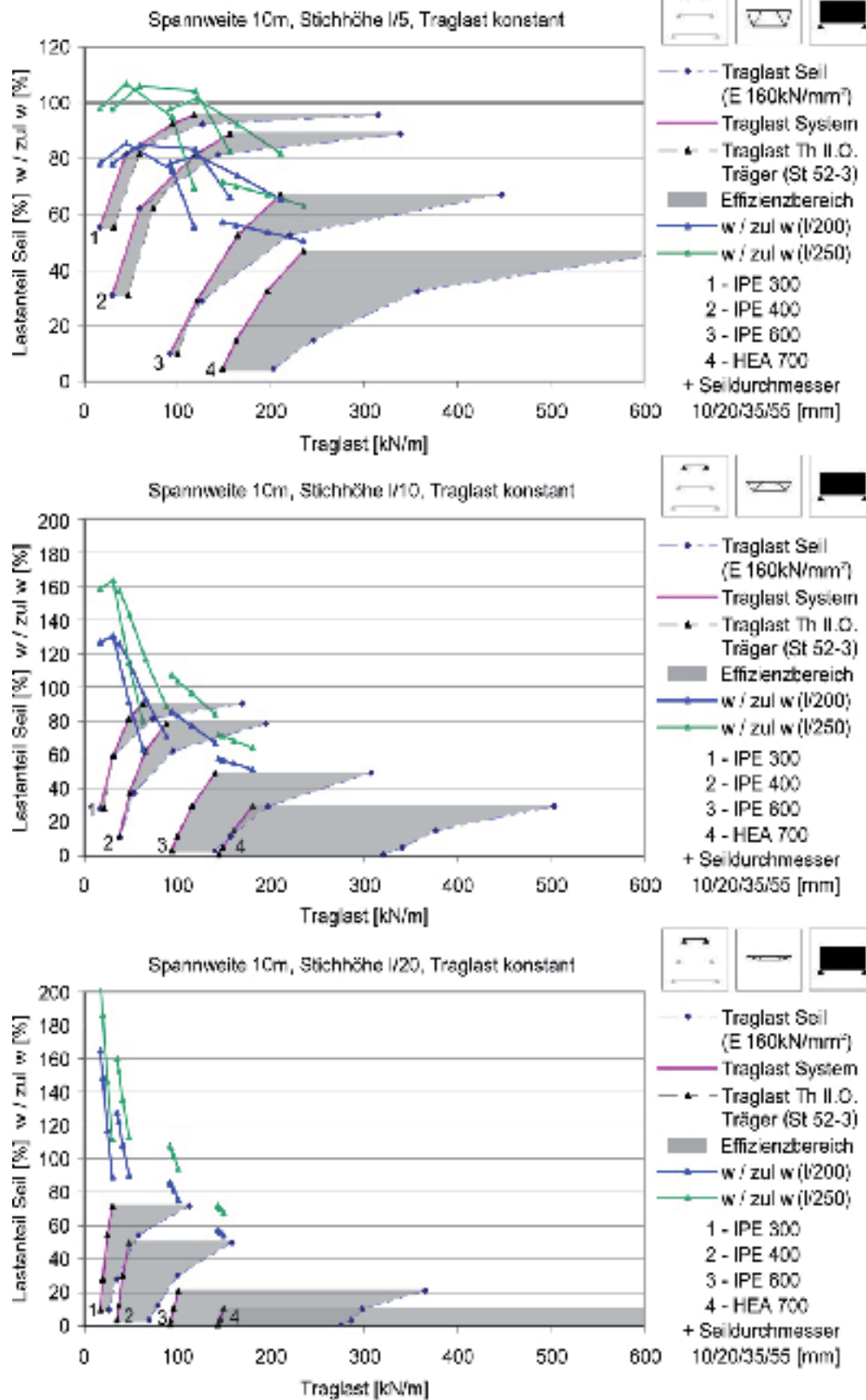


Diagramm 2 - 12

Lastenteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

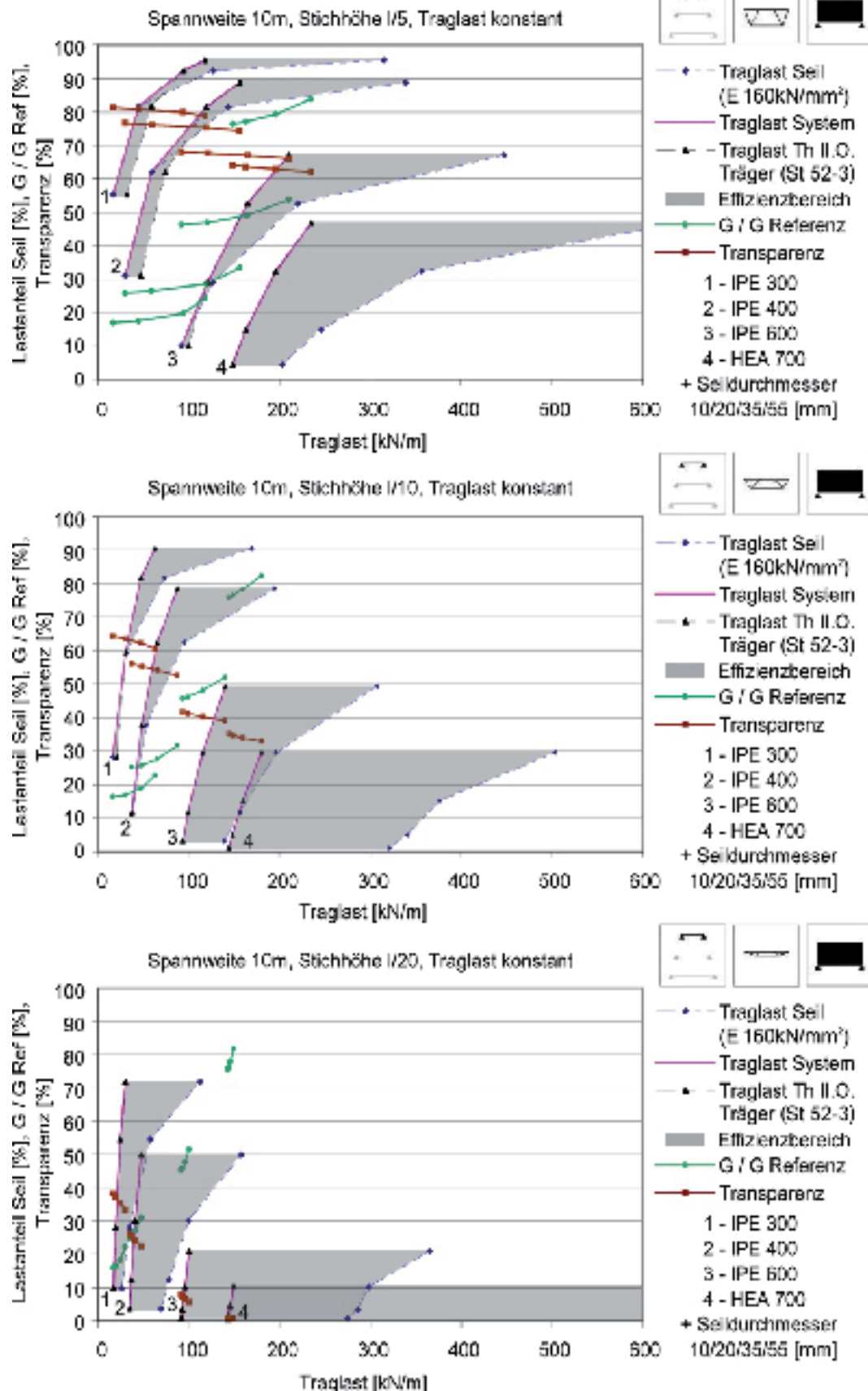


Diagramm 2 - 13

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

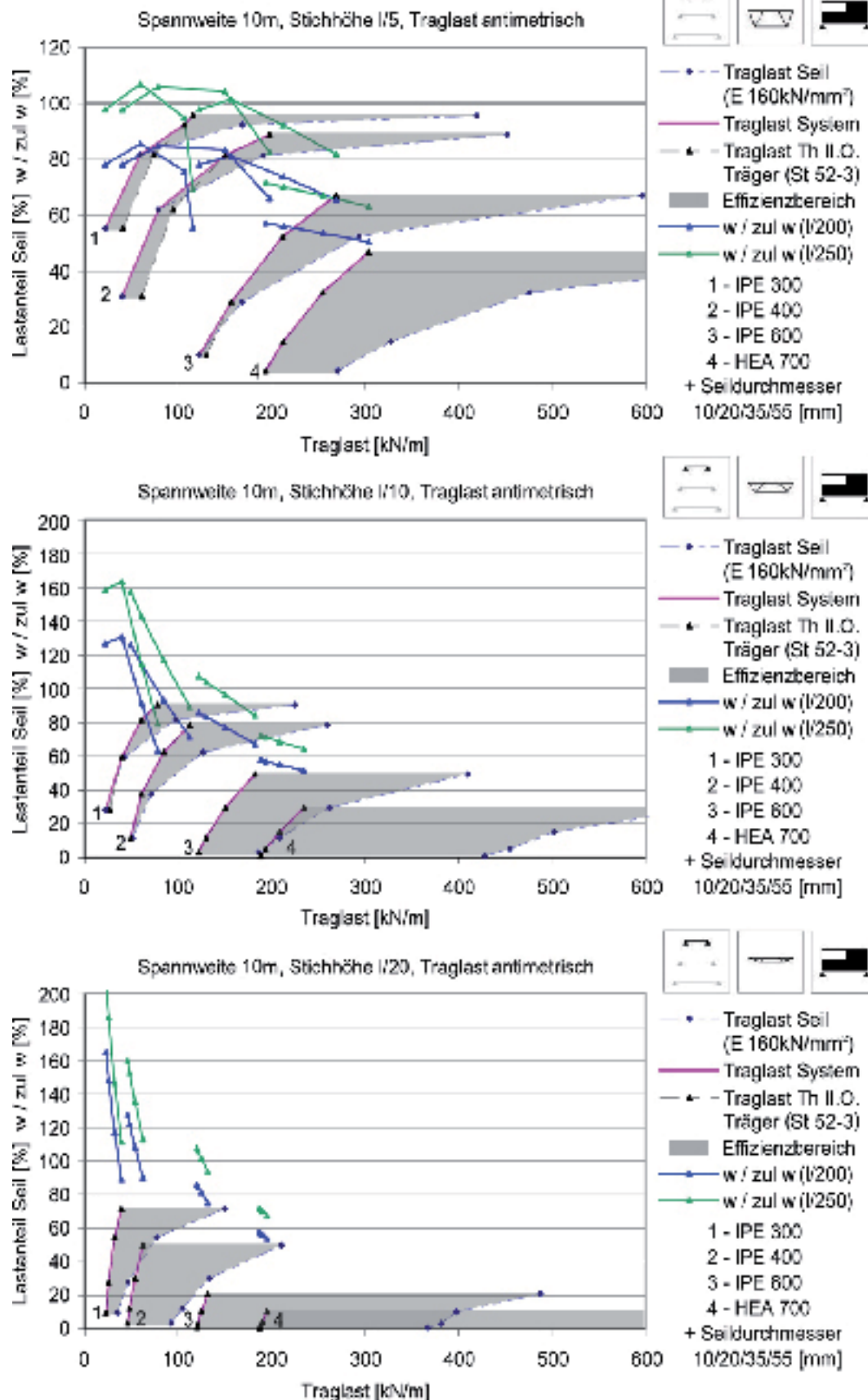


Diagramm 2 - 14



Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

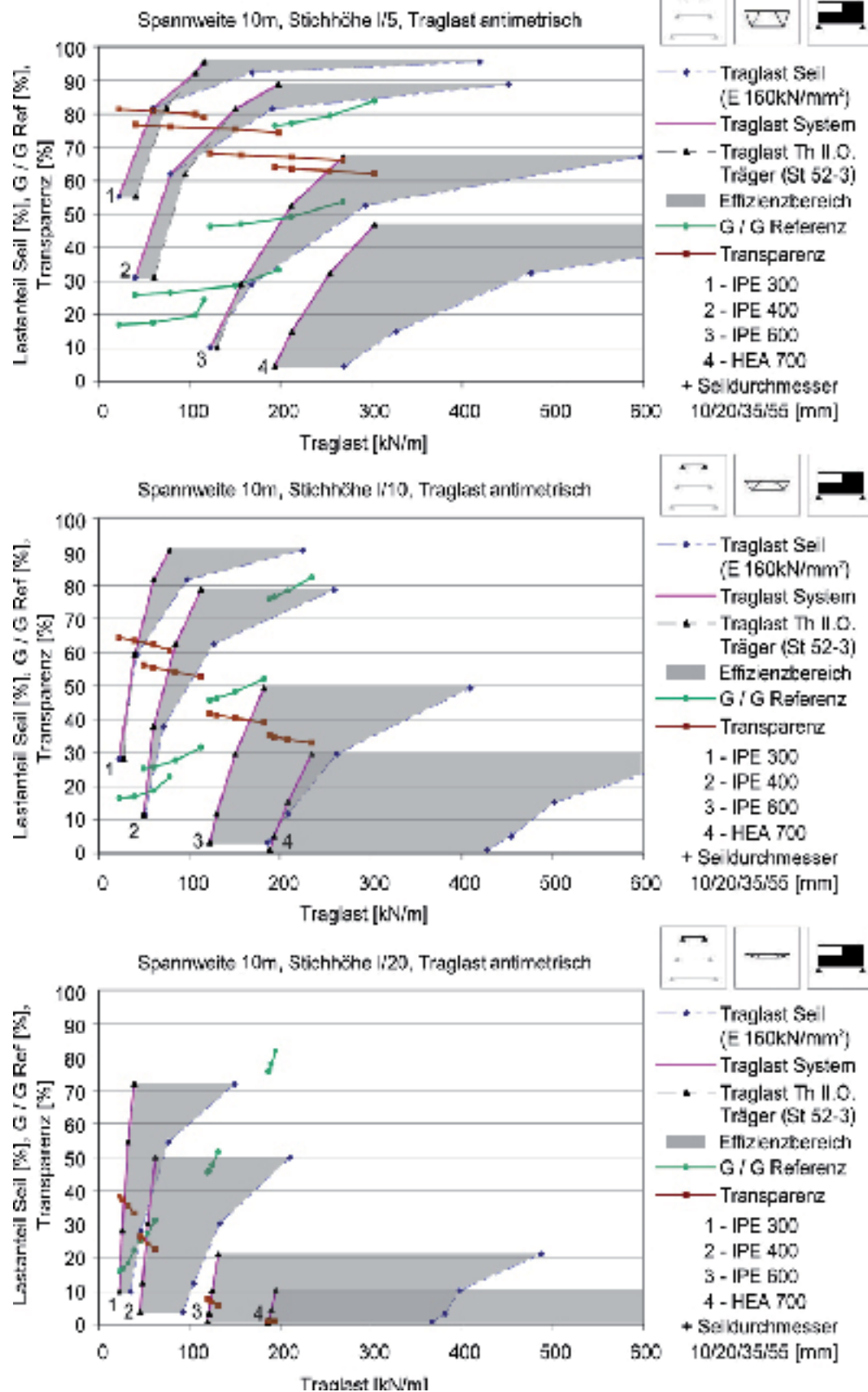


Diagramm 2 - 15



Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Parabolisch Unterspannte Systeme

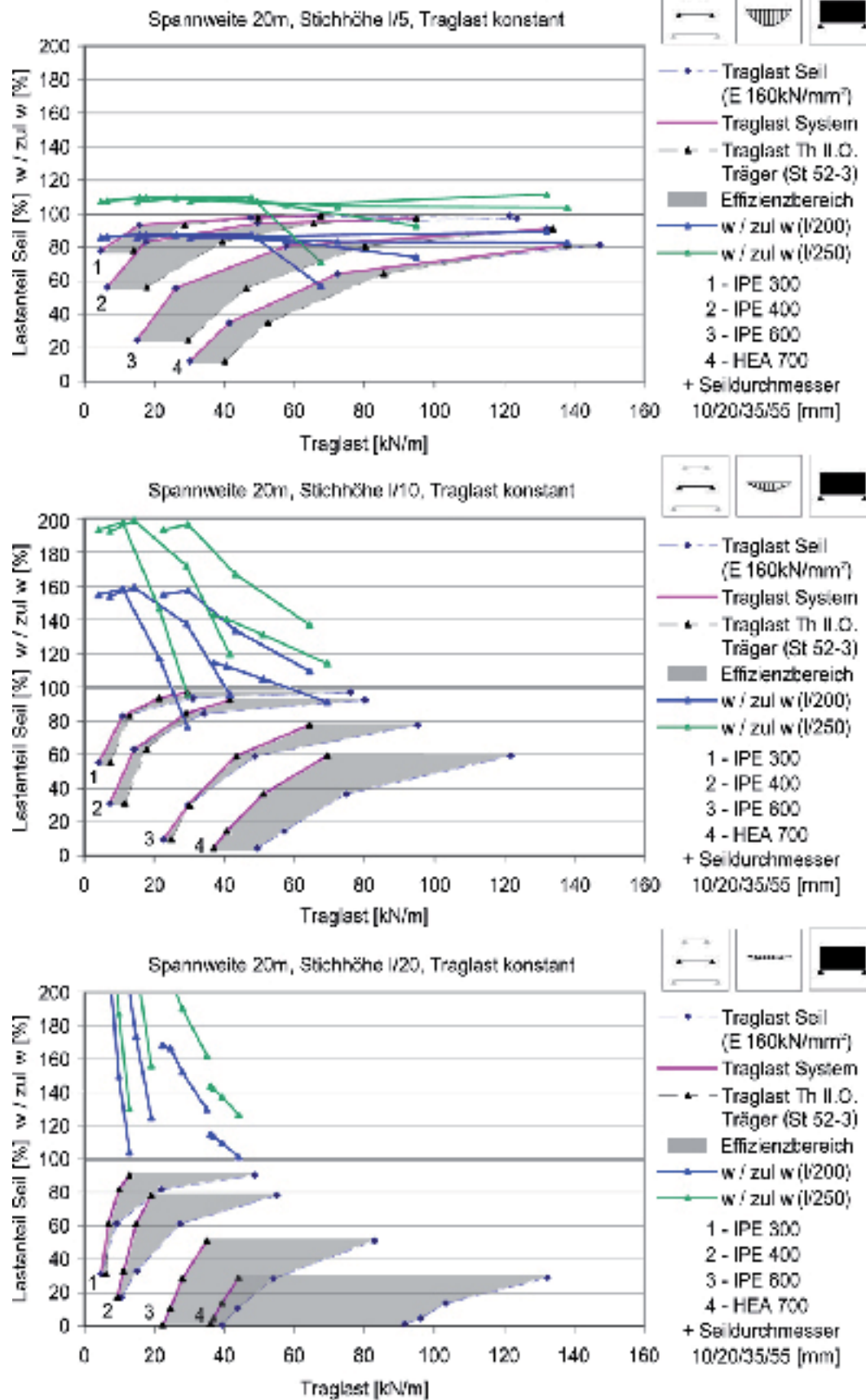


Diagramm 2 - 16

Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

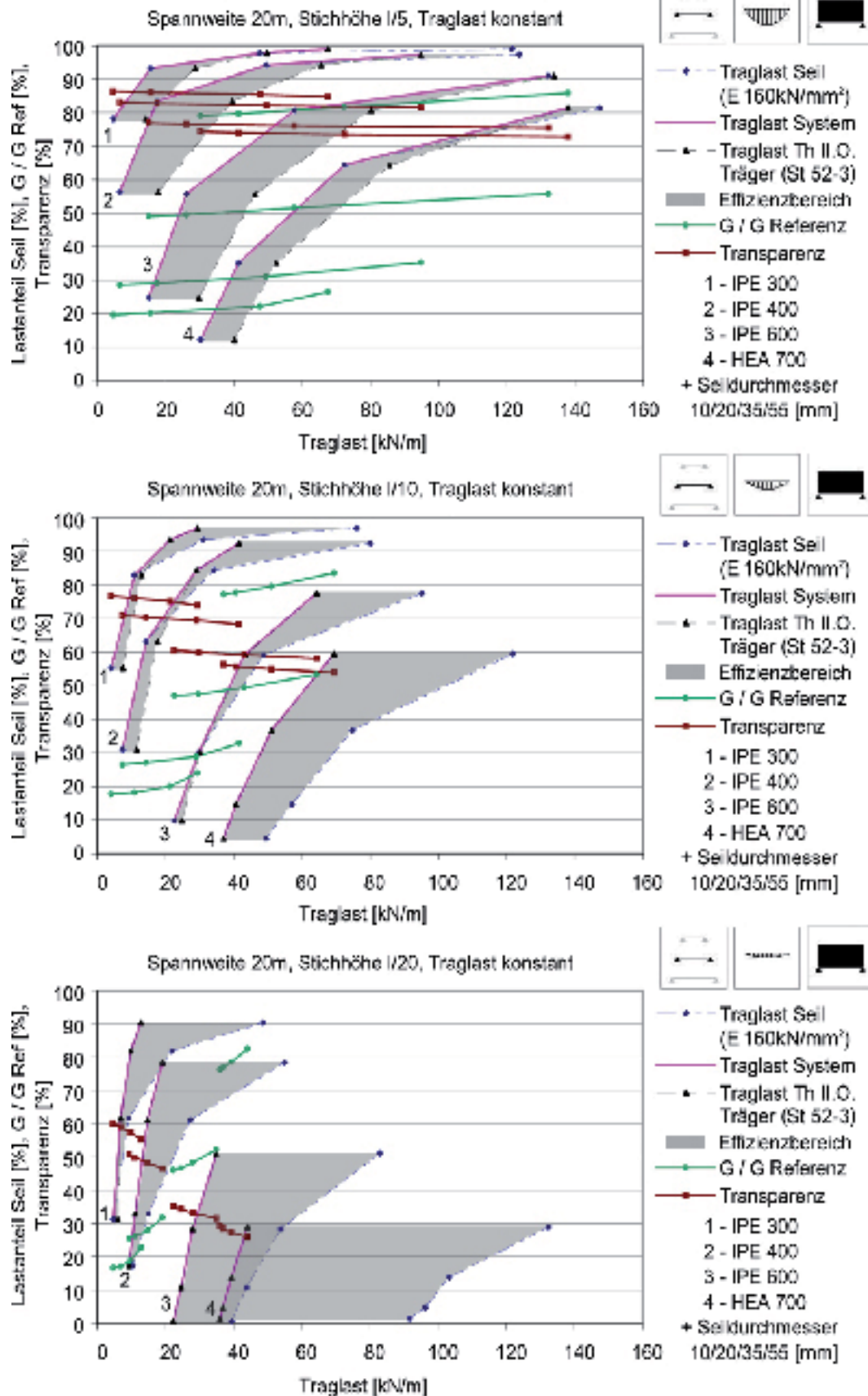


Diagramm 2 - 17

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

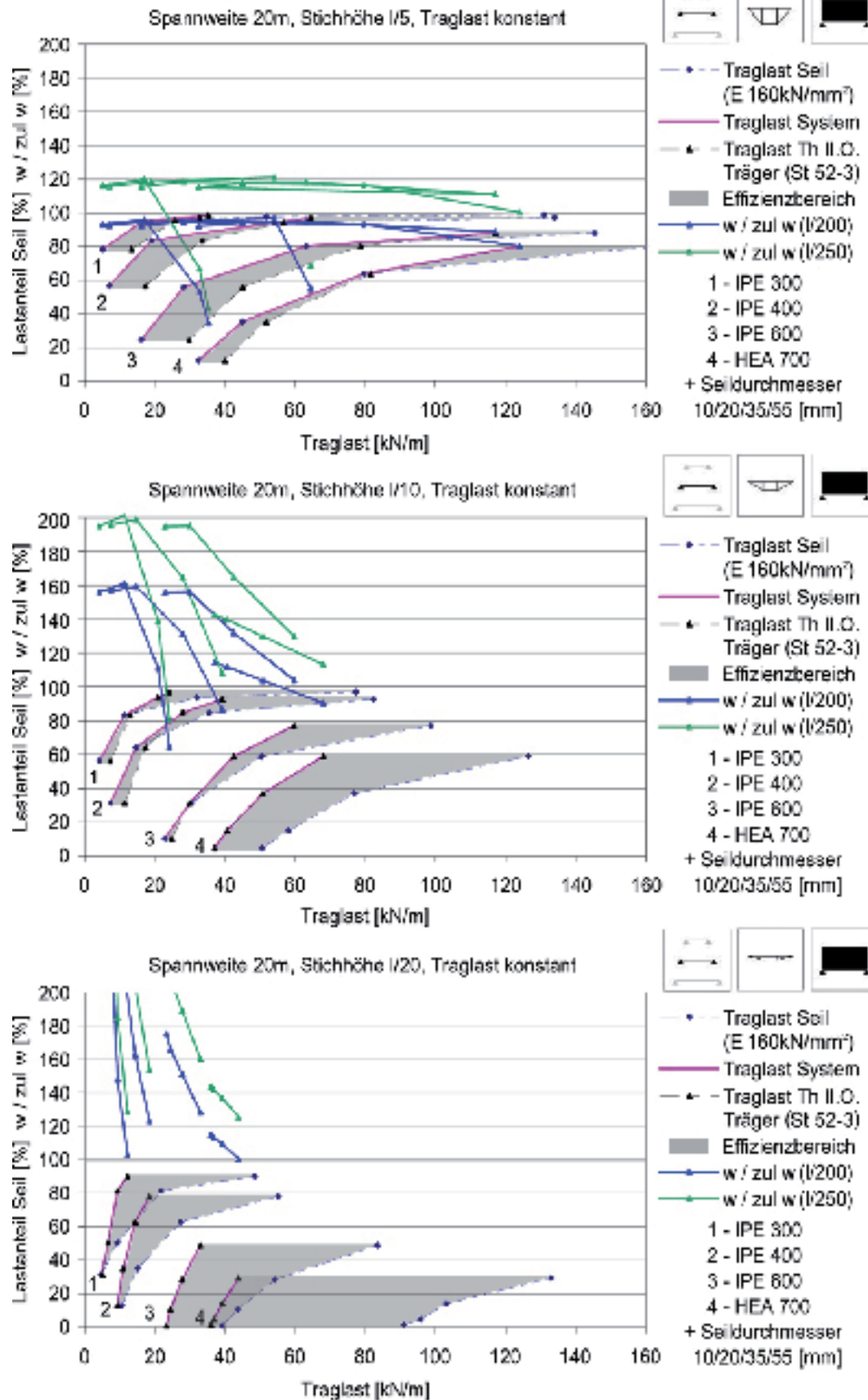


Diagramm 2 - 18

Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

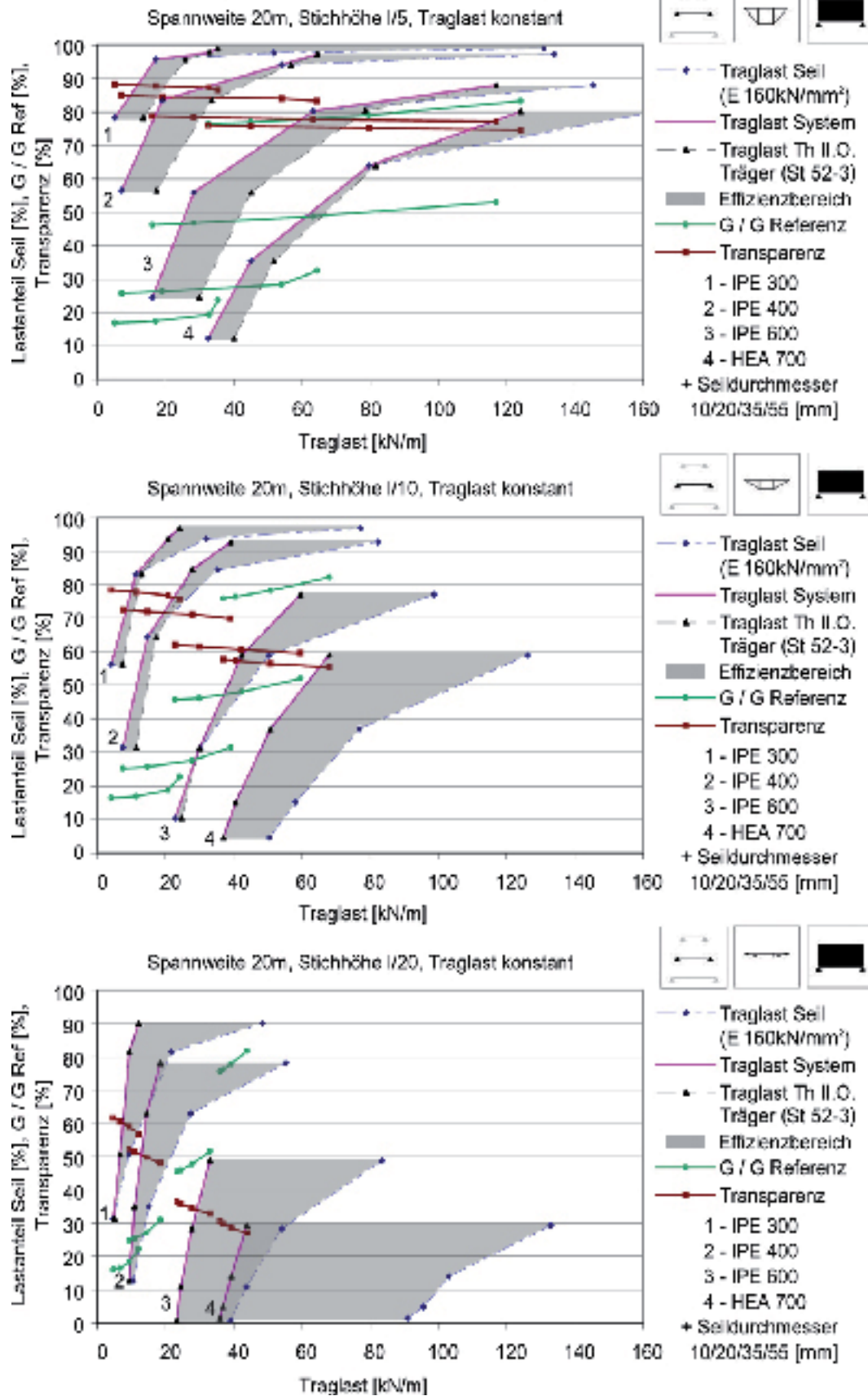
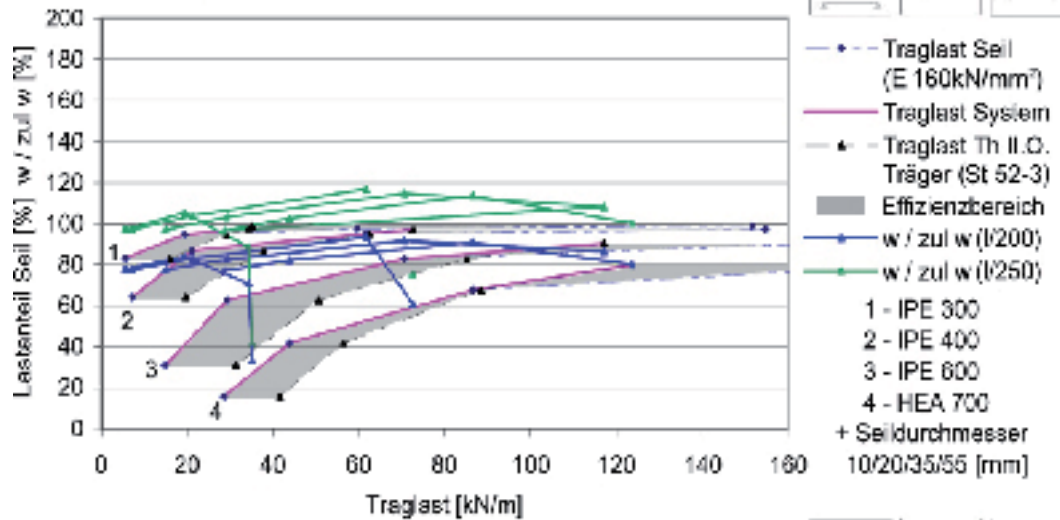


Diagramm 2 - 19

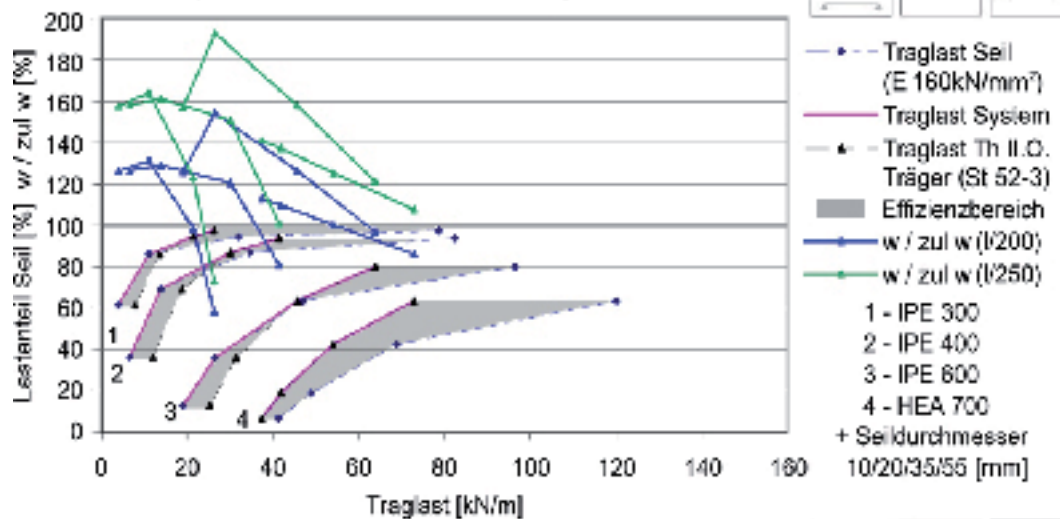


Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

Spannweite 20m, Stüchhöhe  $l/5$ , Traglast konstant



Spannweite 20m, Stüchhöhe  $l/10$ , Traglast konstant



Spannweite 20m, Stüchhöhe  $l/20$ , Traglast konstant

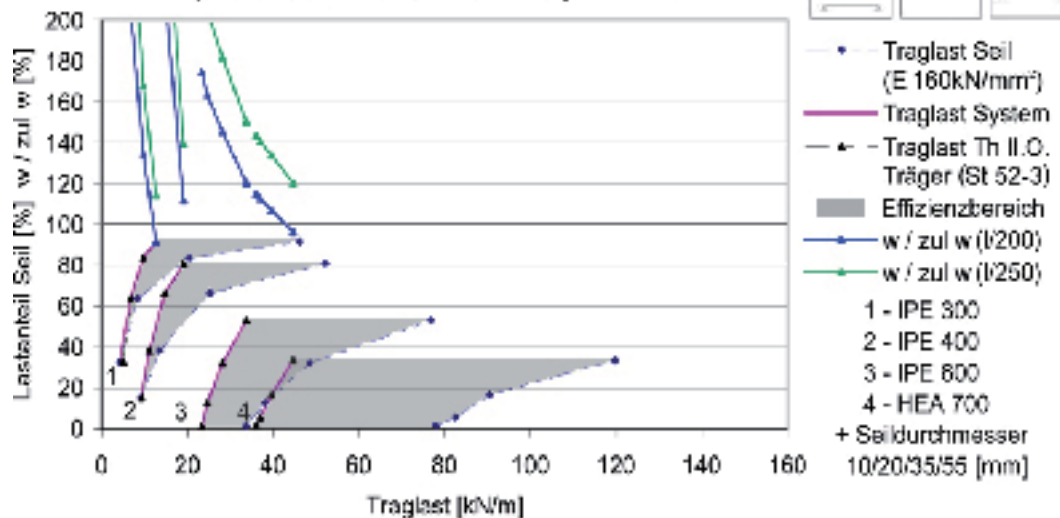


Diagramm 2 - 20



Laстанteil Seil unter Traglast. G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

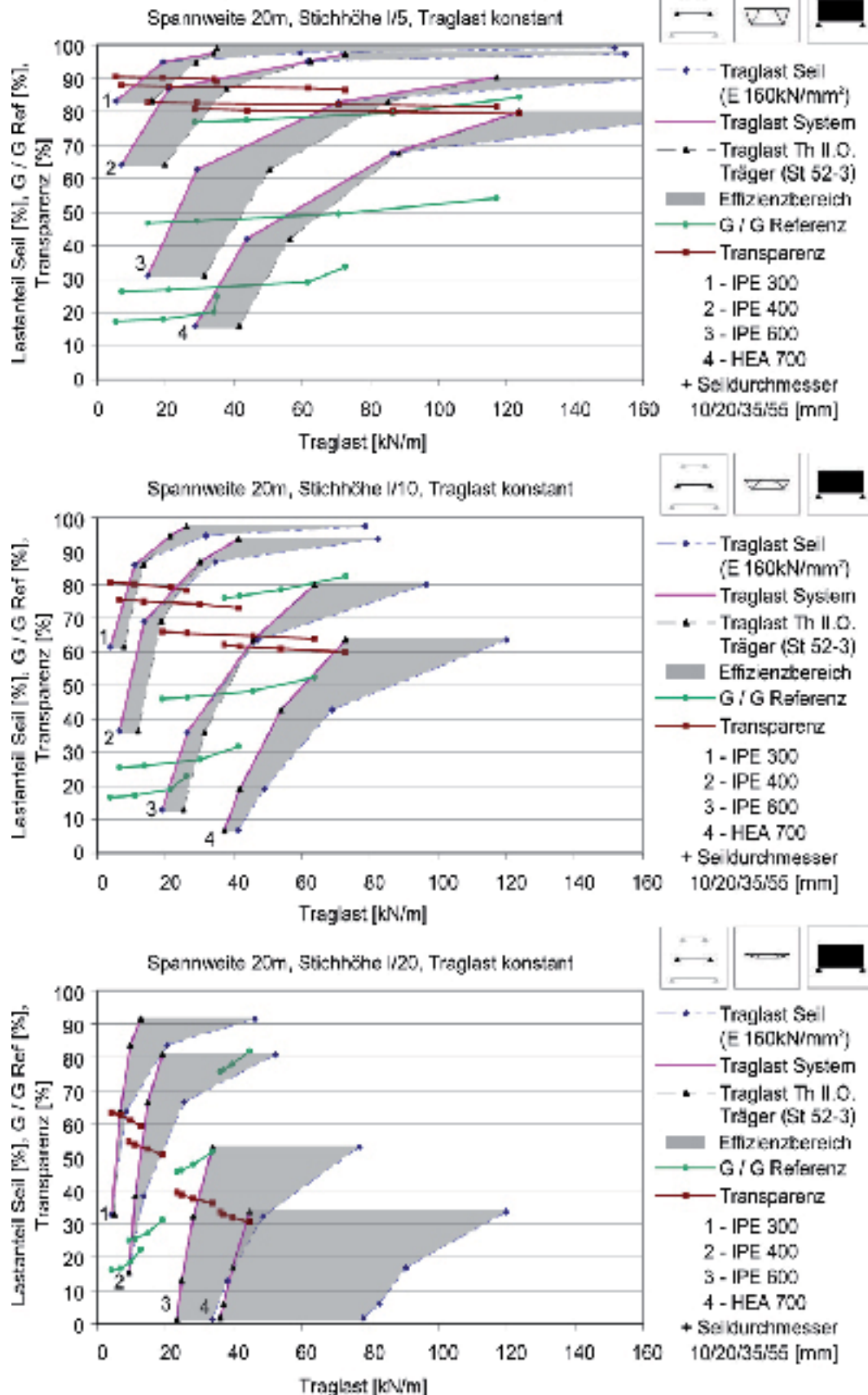


Diagramm 2 - 21

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Parabolisch-unterspannte Systeme

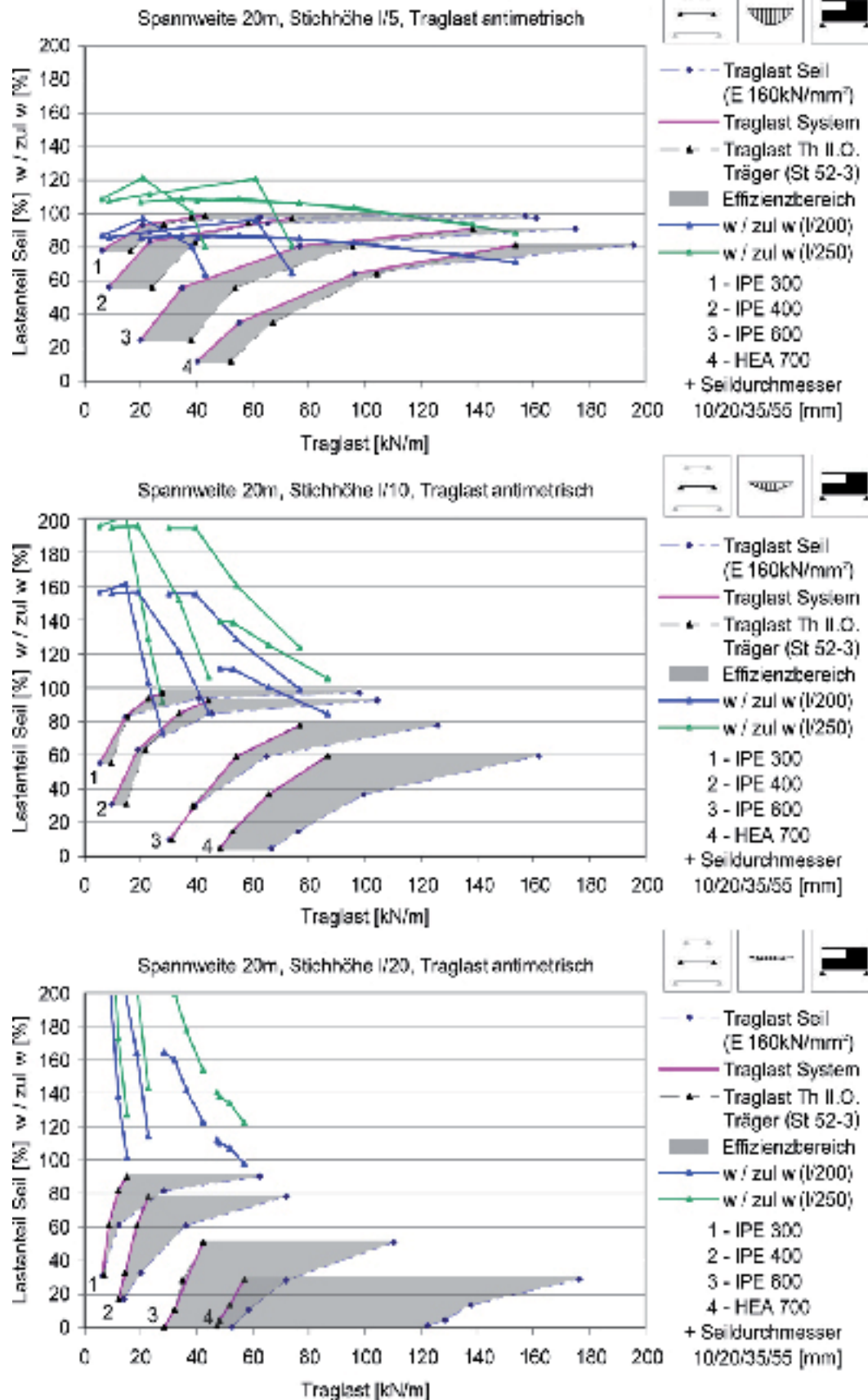


Diagramm 2 - 22

Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

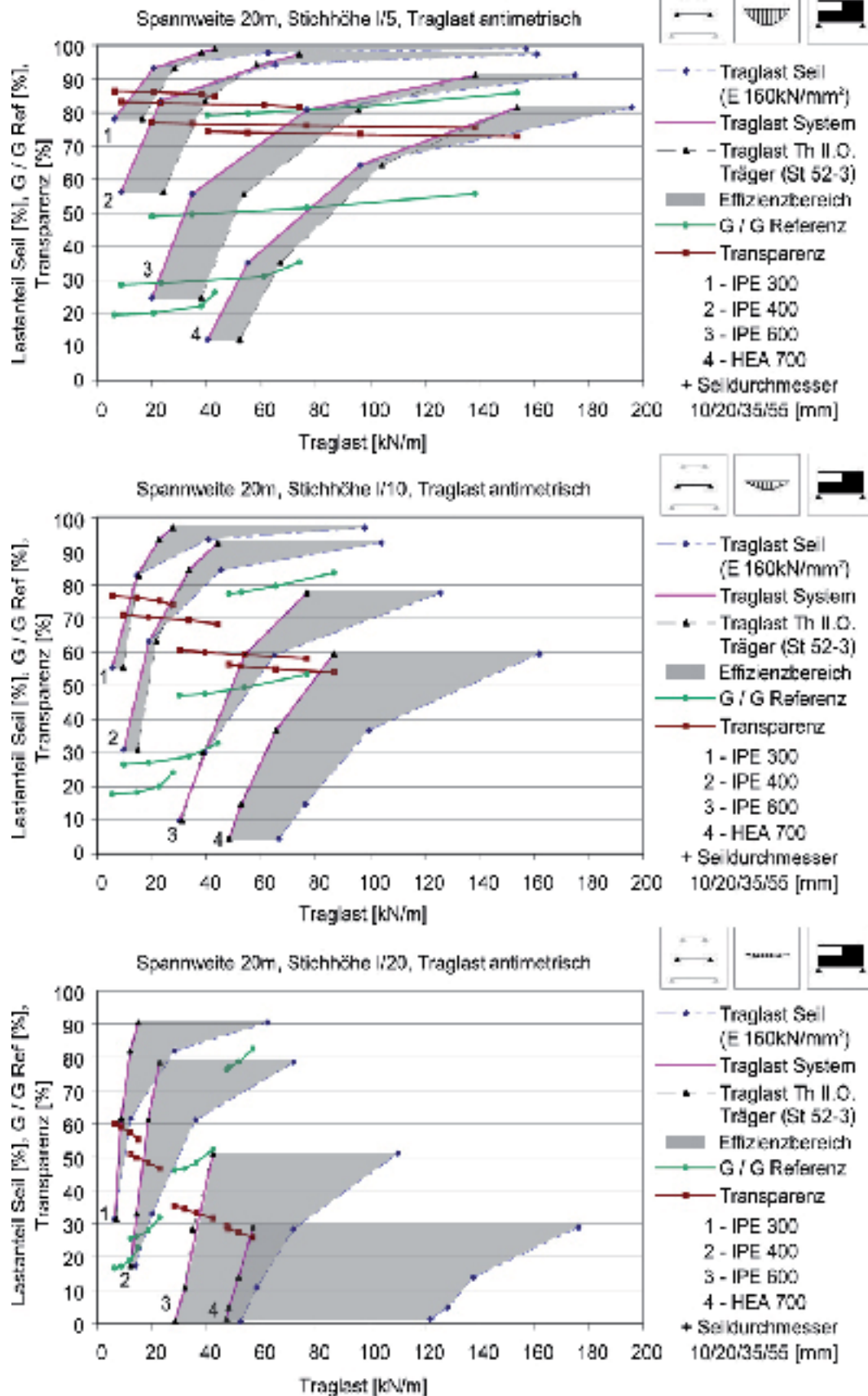


Diagramm 2 - 23

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

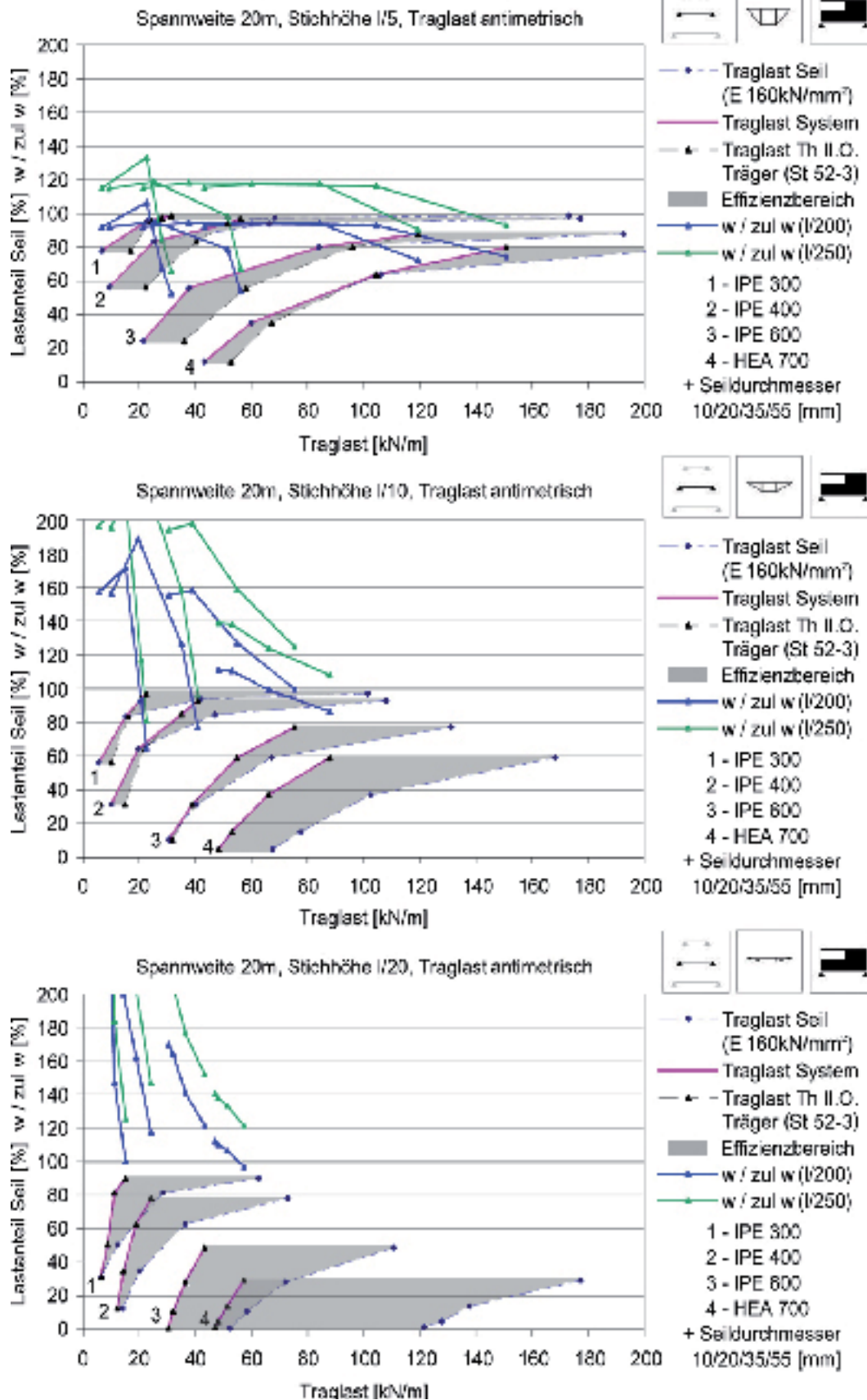


Diagramm 2 - 24



Laстанteil Seil unter Traglast. G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

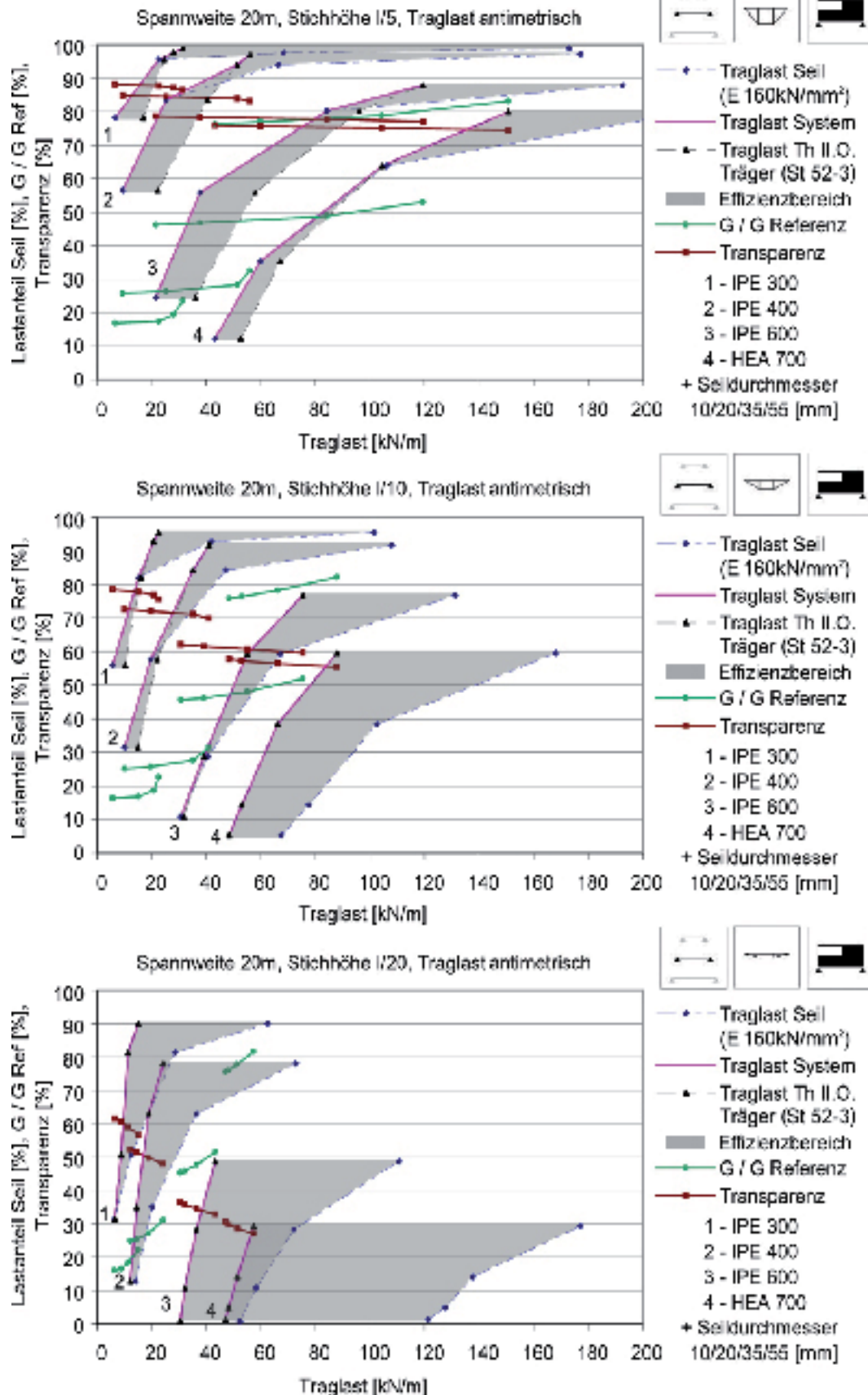


Diagramm 2 - 25



Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

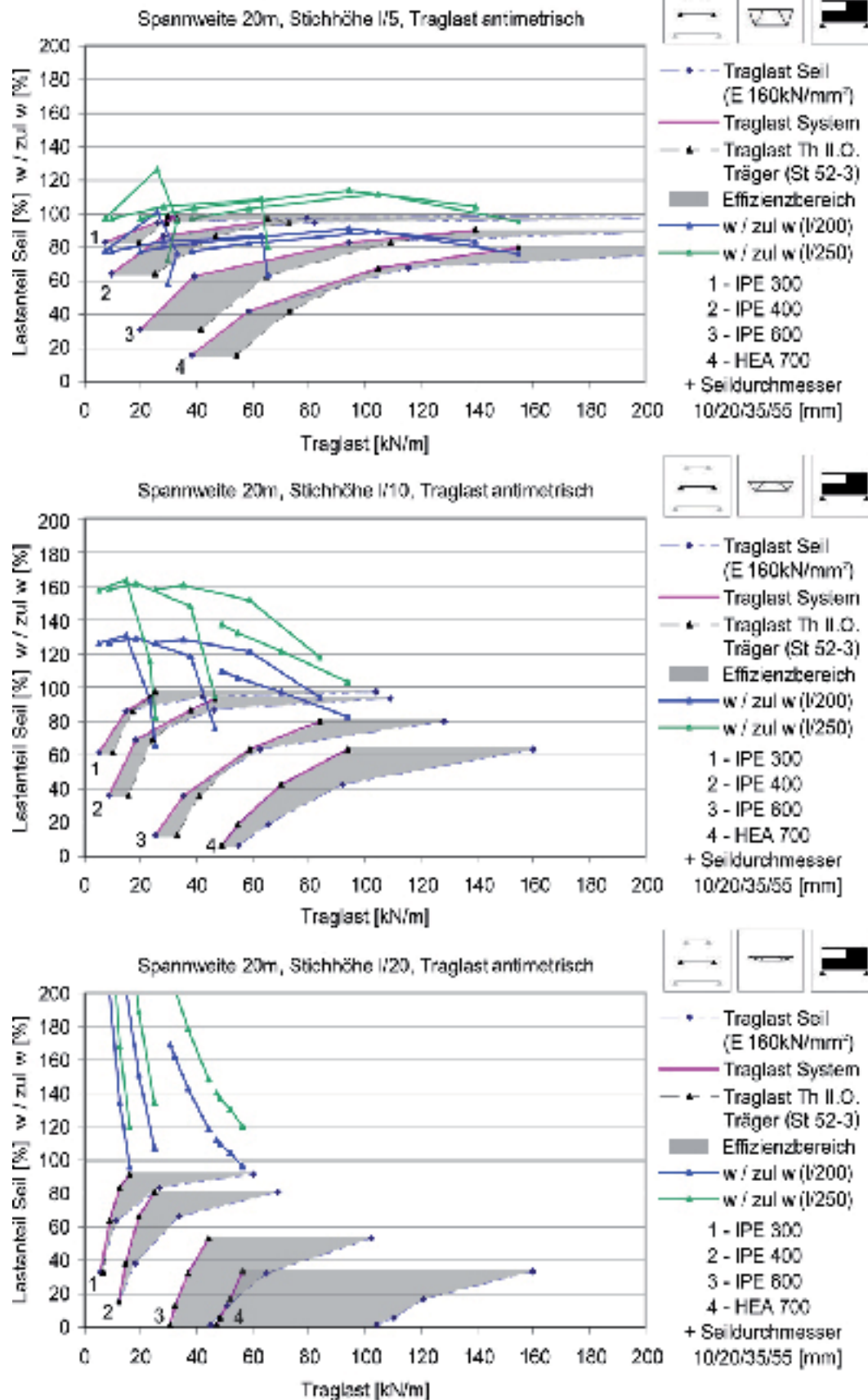


Diagramm 2 - 26

Laстанteil Seil unter Traglast G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstaben

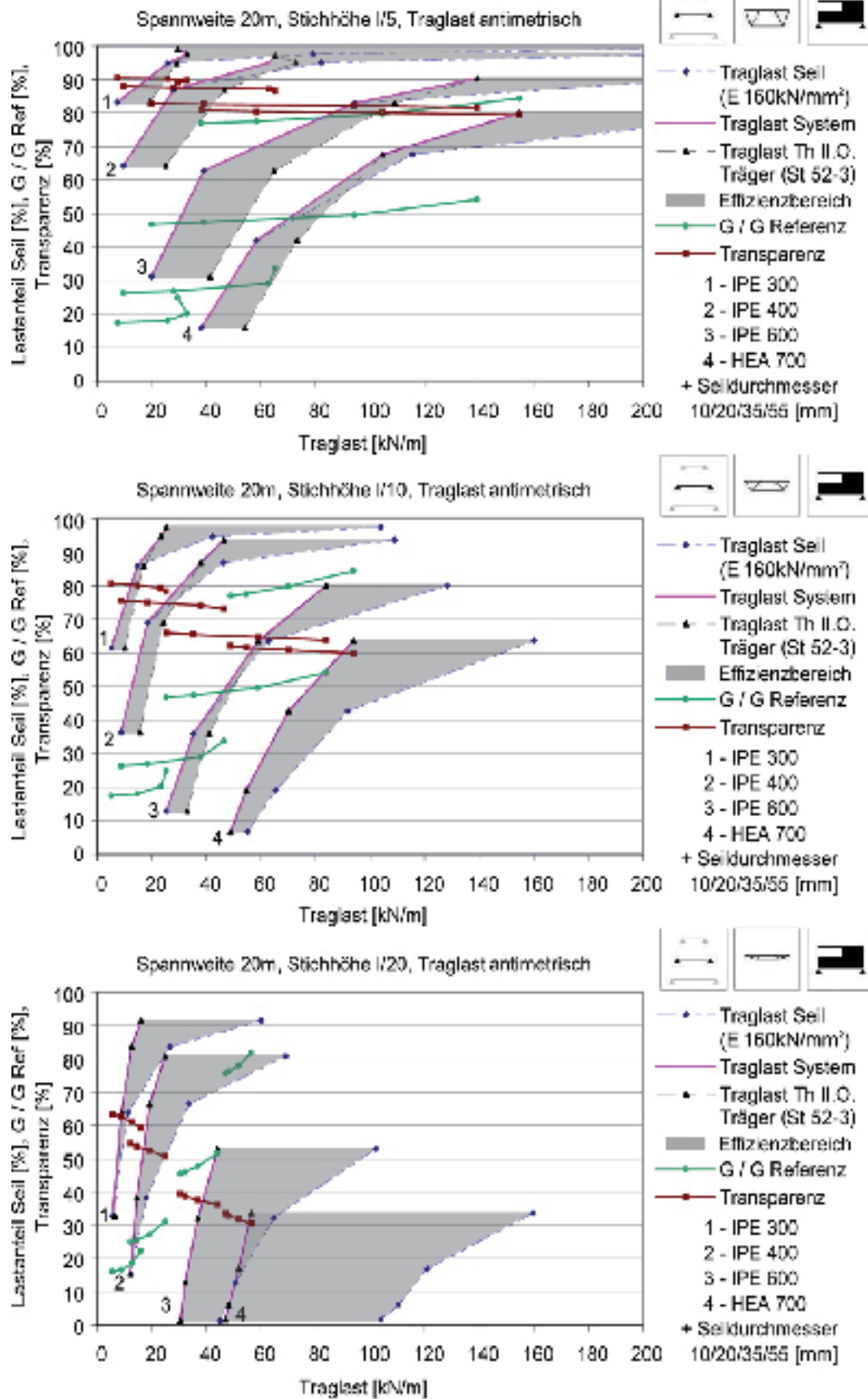


Diagramm 2 - 27

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Parabolisch Unterspannte Systeme

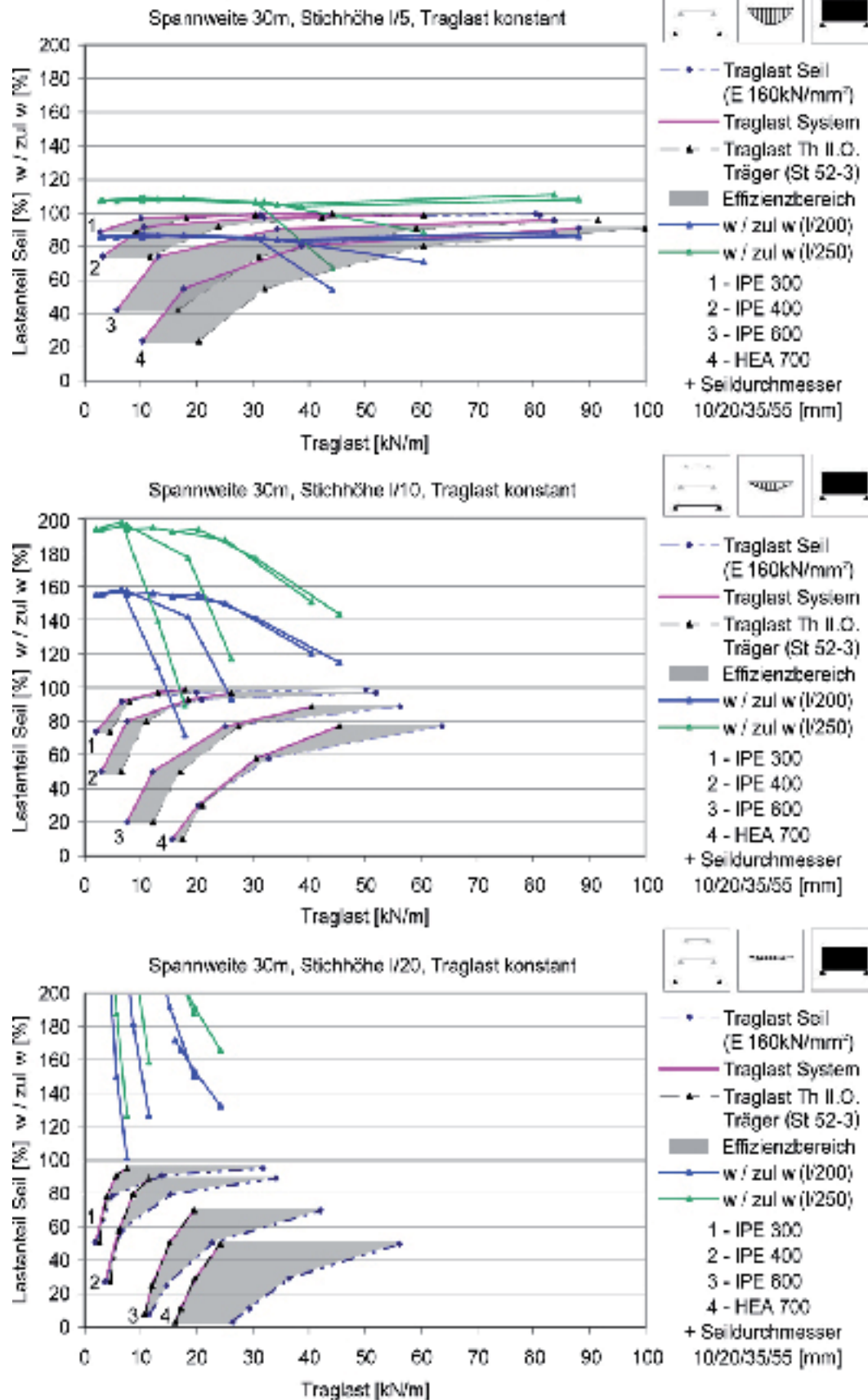


Diagramm 2 - 28

Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

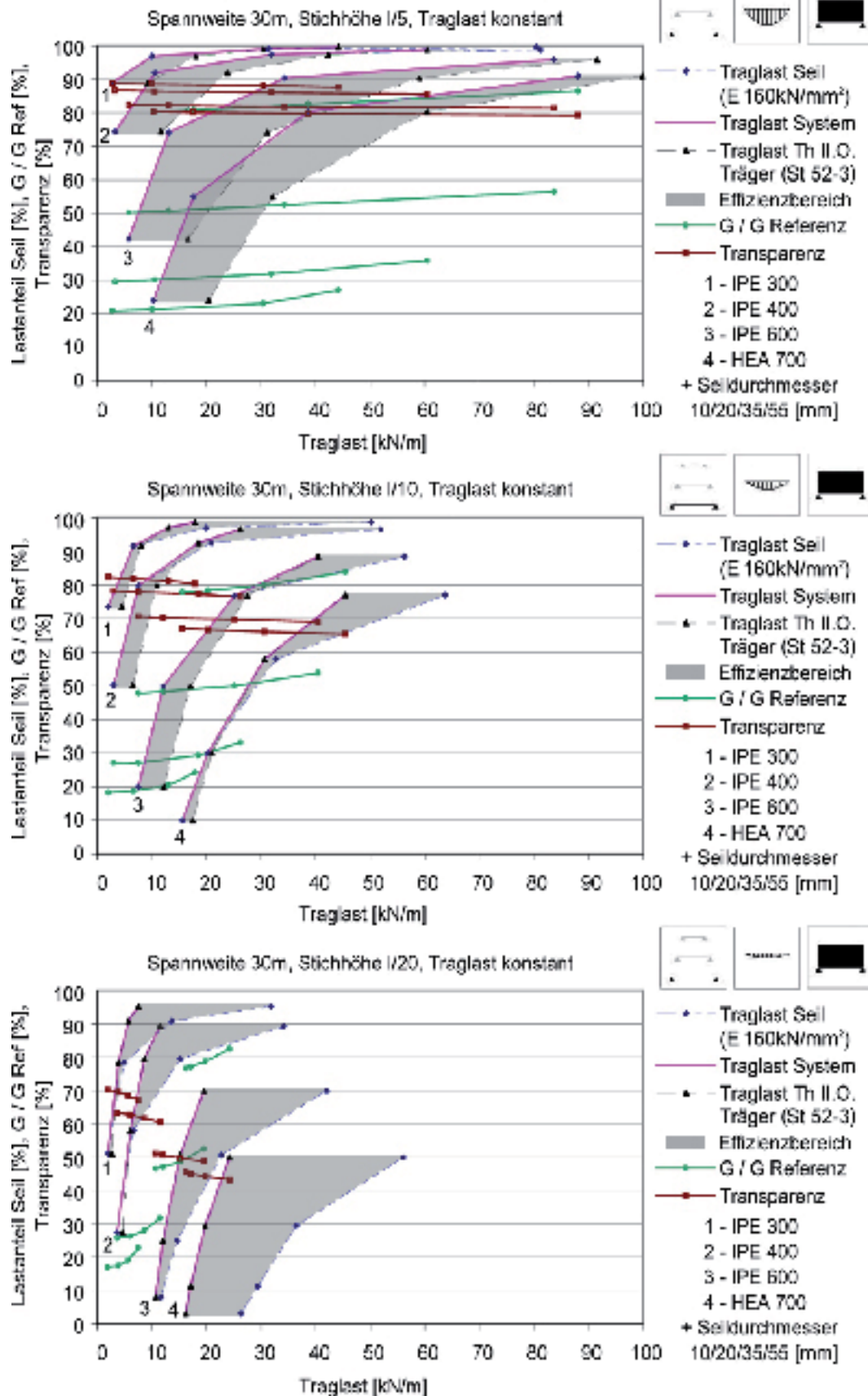


Diagramm 2 - 29



Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

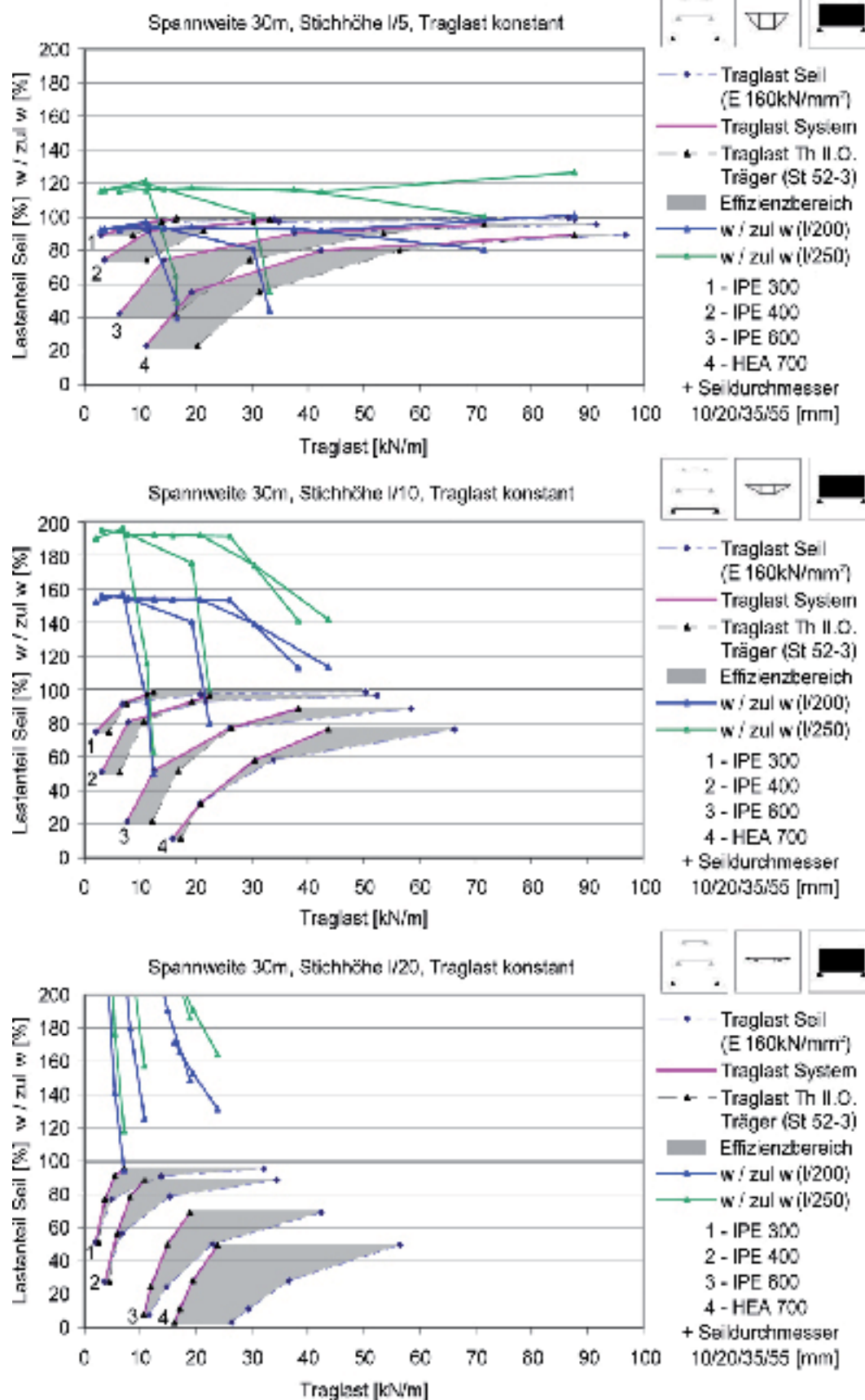


Diagramm 2 - 30



Lastranteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

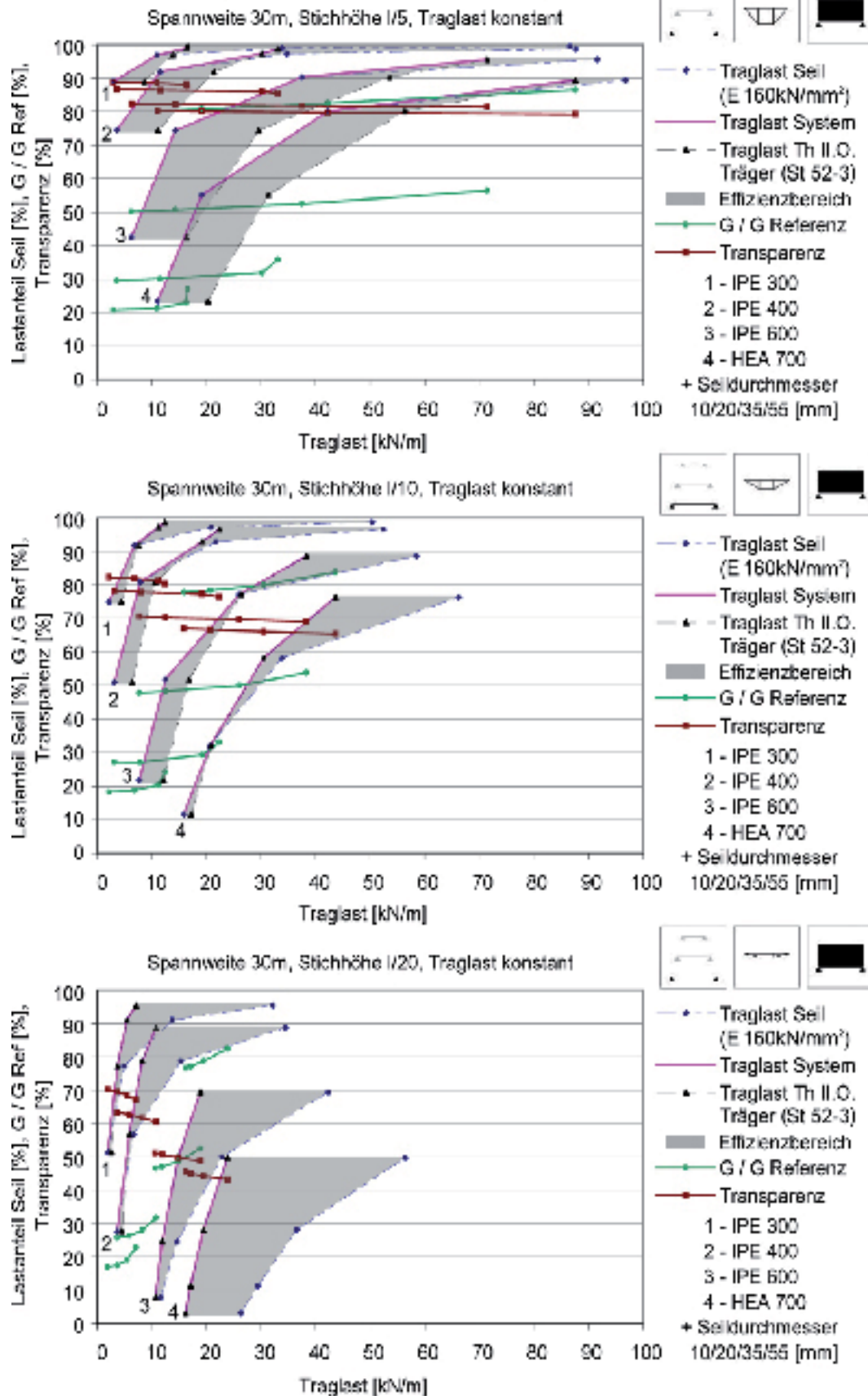


Diagramm 2 - 31

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

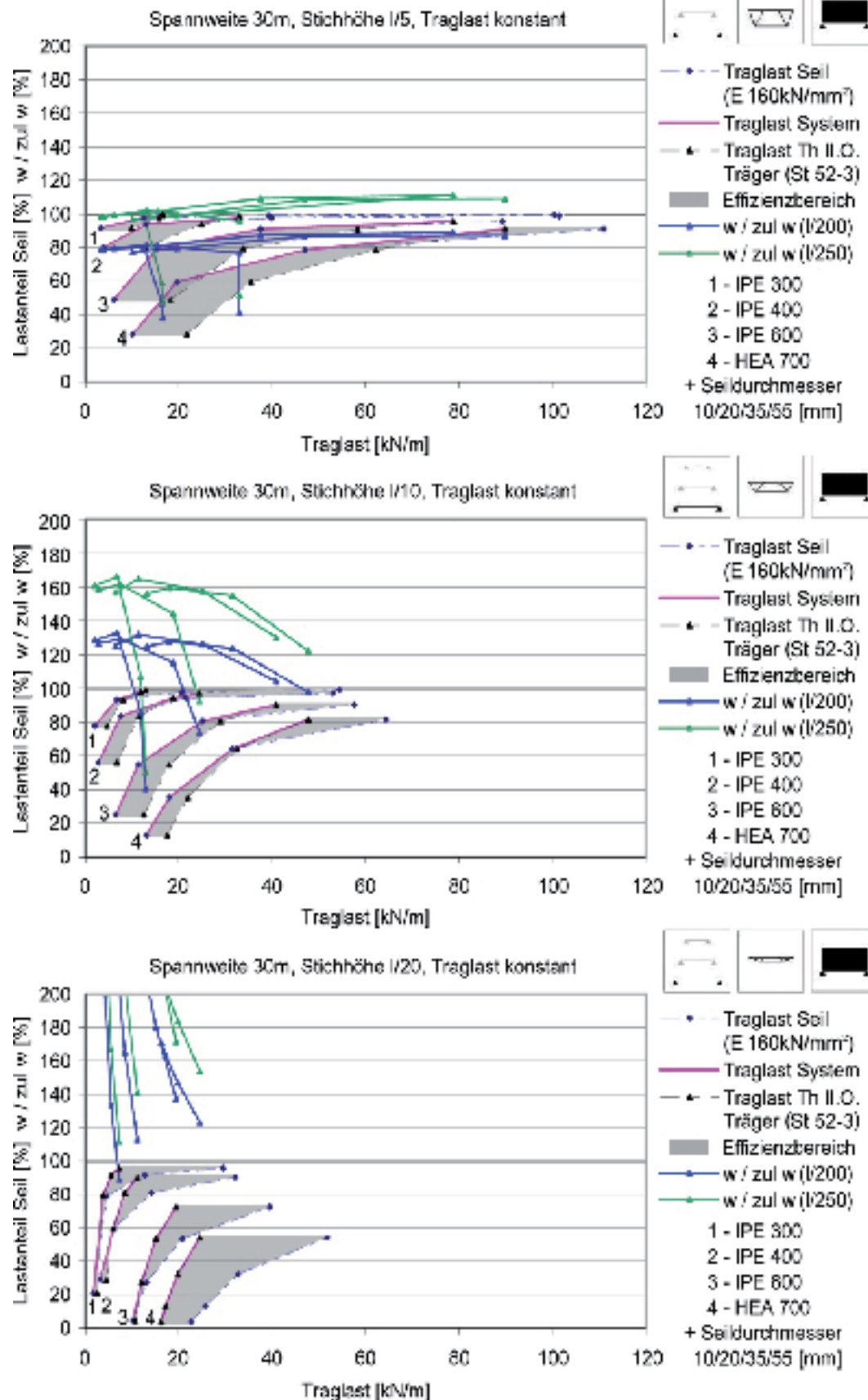


Diagramm 2 - 32

Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstaben

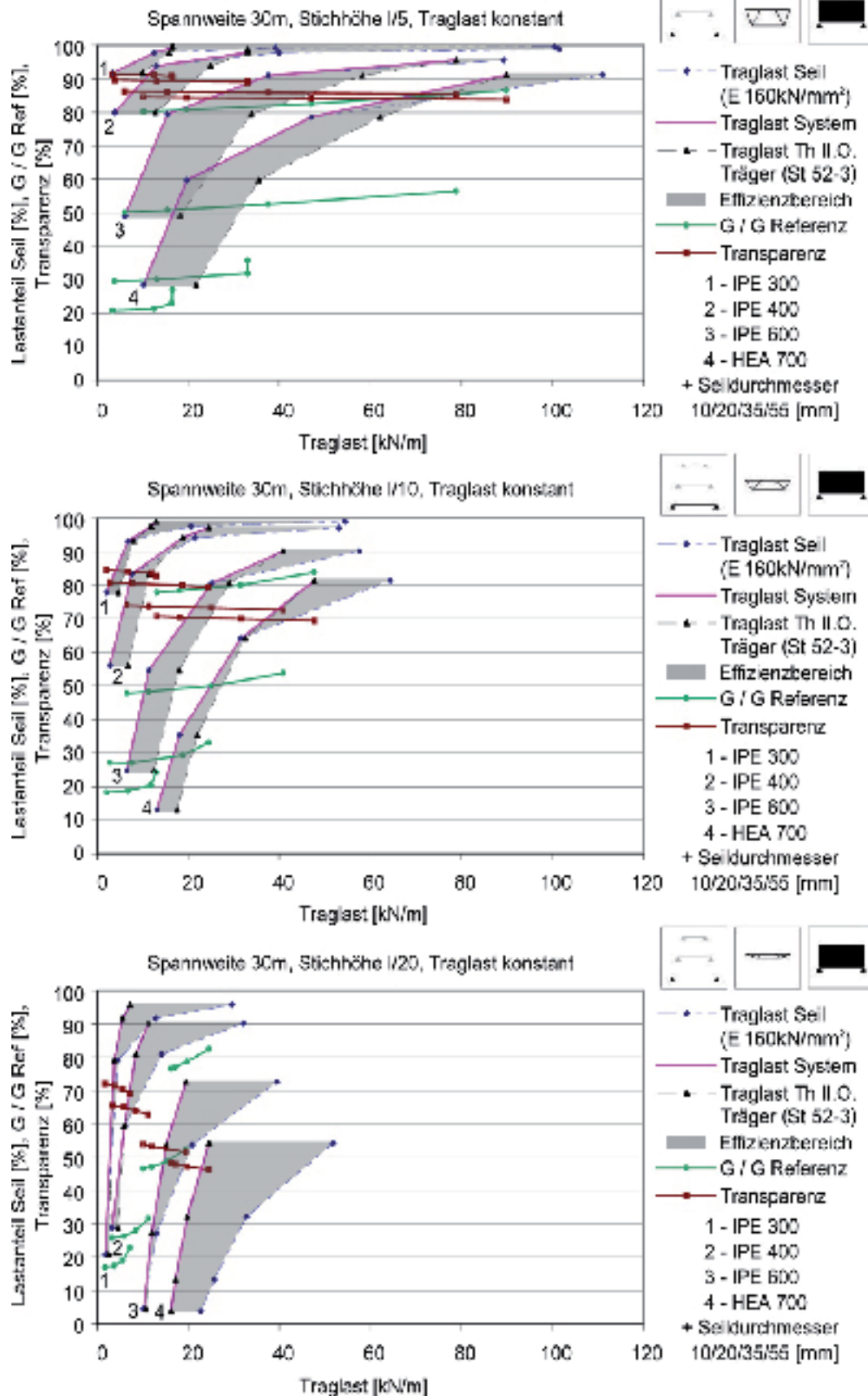


Diagramm 2 - 33

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Parabolisch Unterspannte Systeme

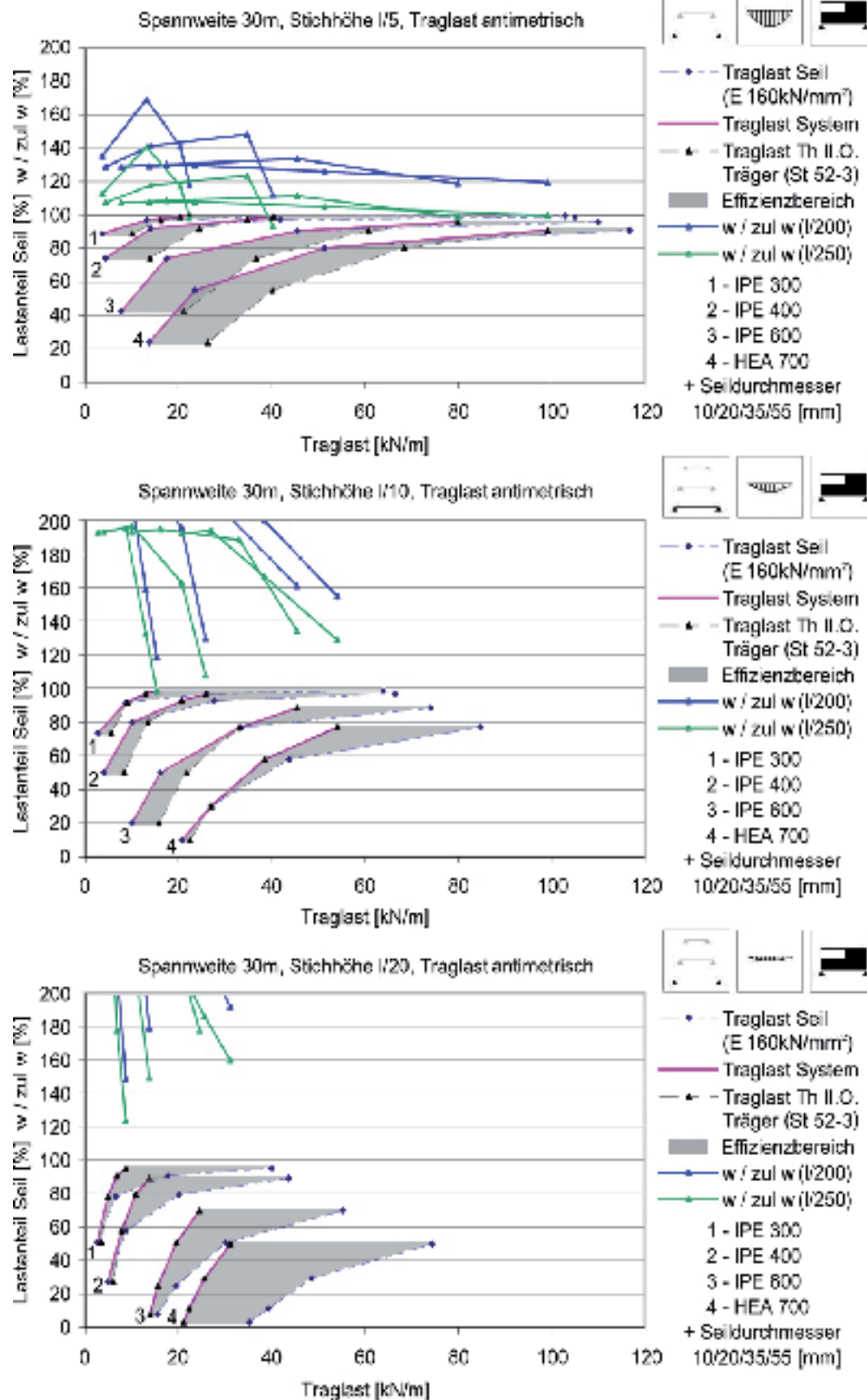


Diagramm 2 - 34



Laстанteil Seil unter Traglast. G zu G Referenz, Transparenz  
Parabolisch Unterspannte Systeme

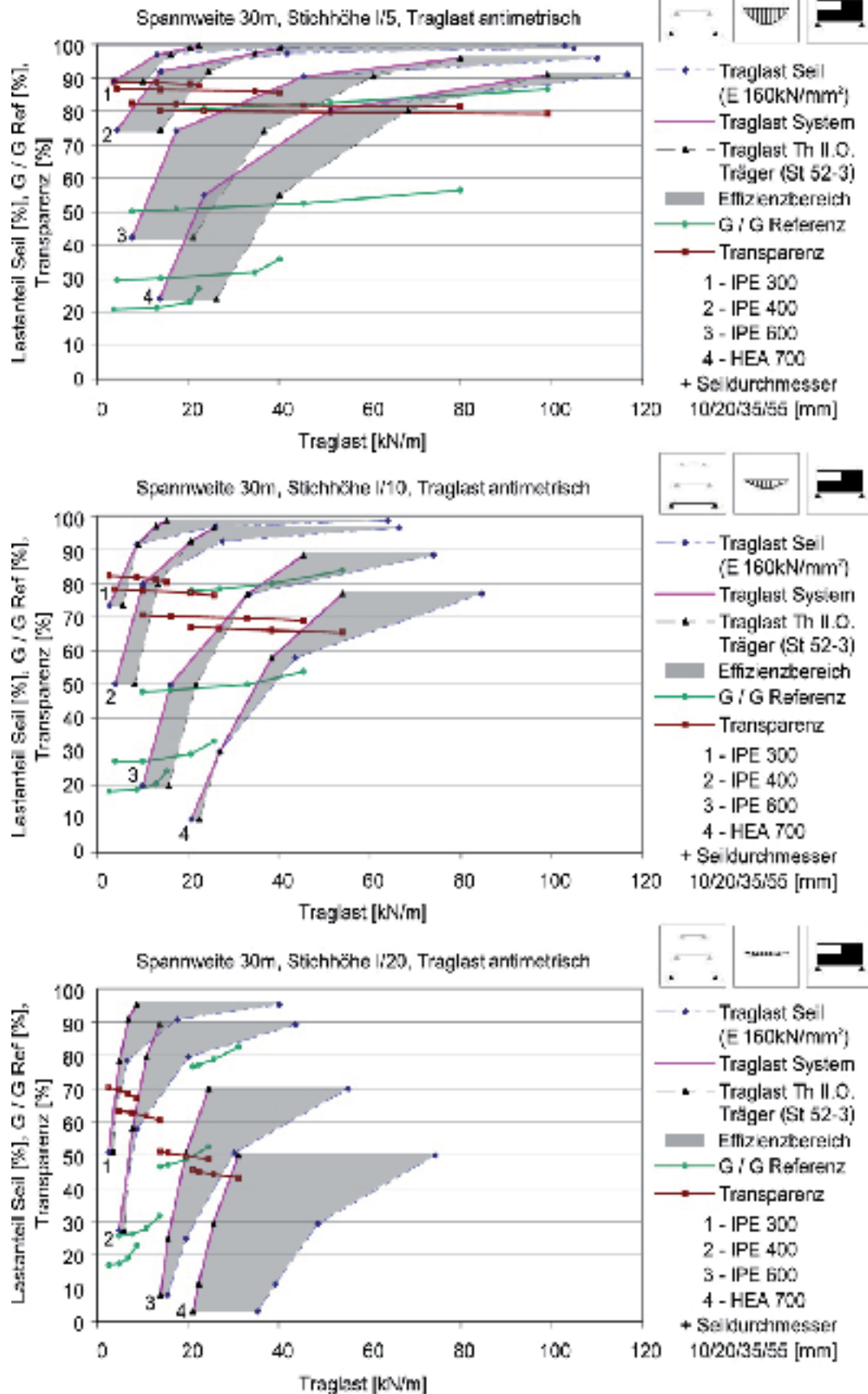


Diagramm 2 - 35

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
Polygonal Unterspannte Systeme

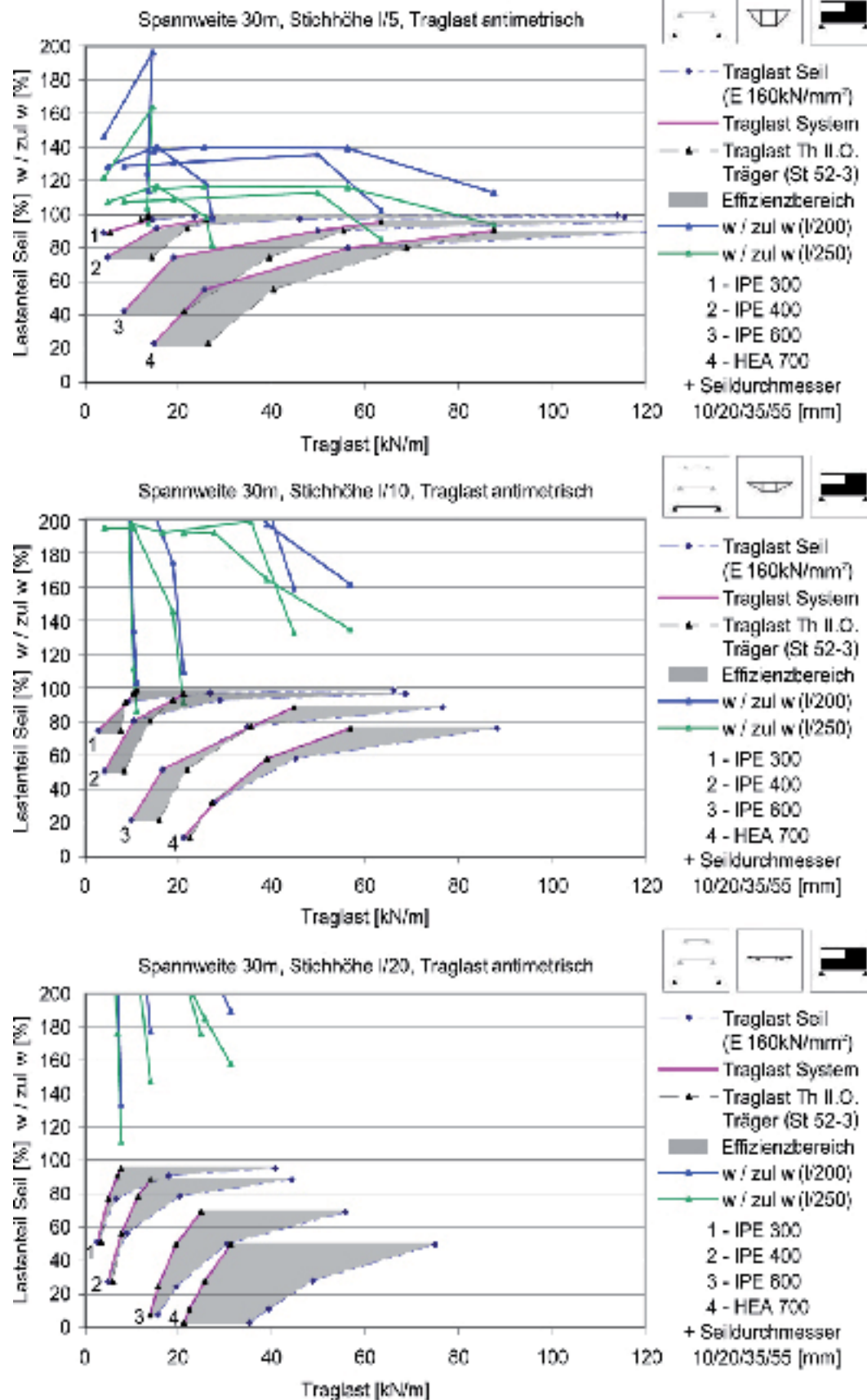


Diagramm 2 - 36

Lastenteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme

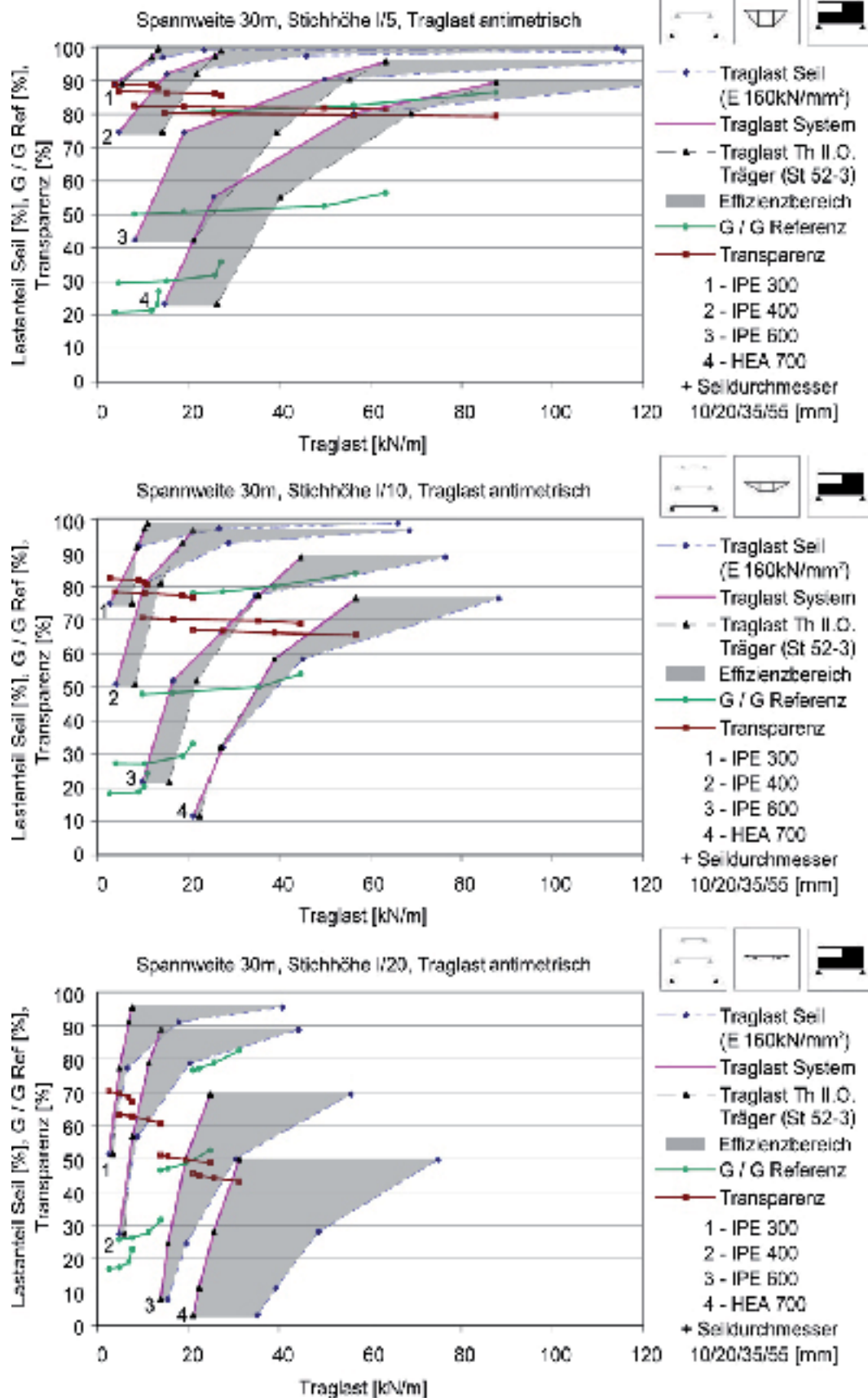


Diagramm 2 - 37

Lastenteil Seil unter Traglast. Durchbiegung  $w$  zu zulässige  $w$   
 Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

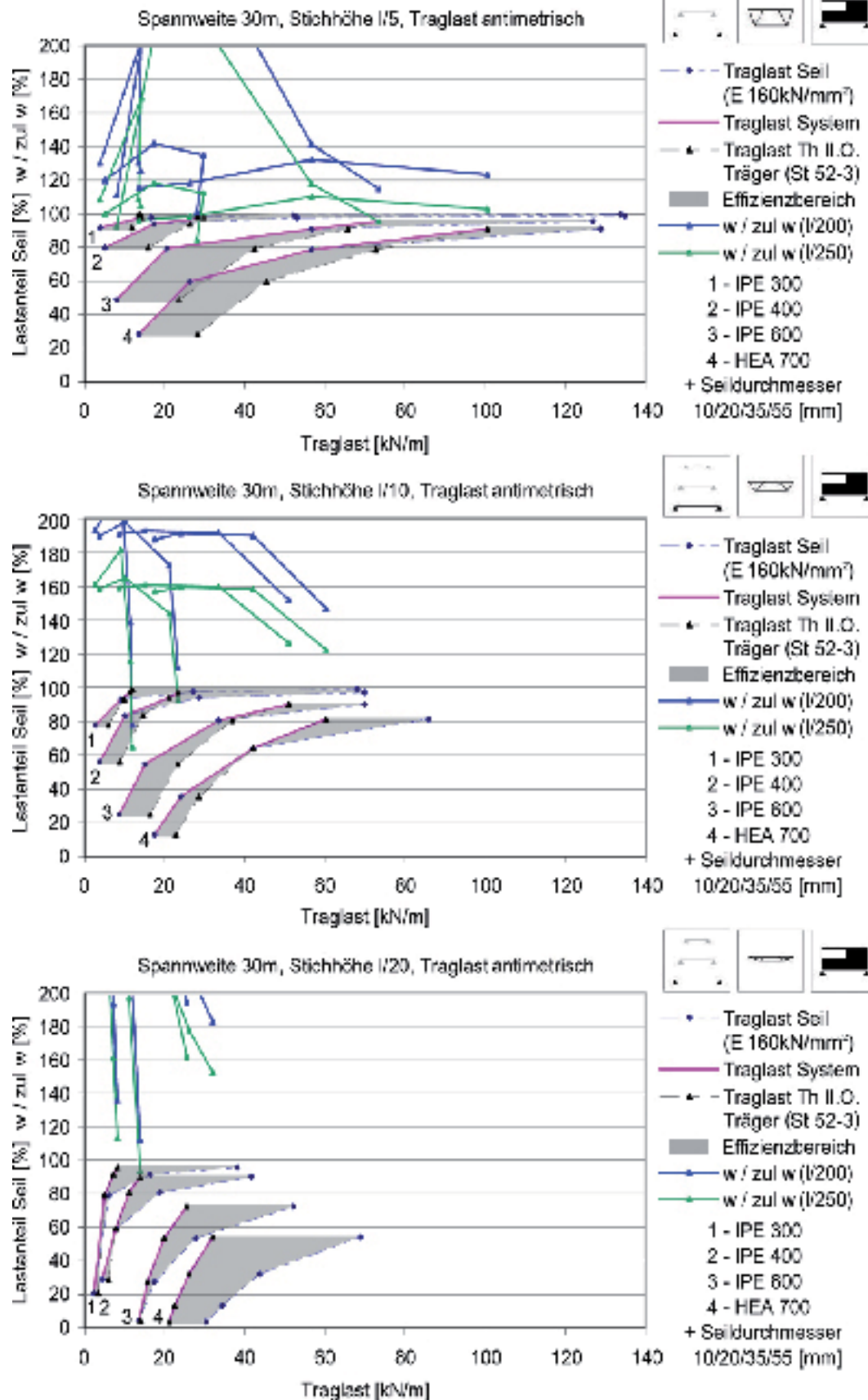


Diagramm 2 - 38



Laстанteil Seil unter Traglast, G zu G Referenz, Transparenz  
Polygonal Unterspannte Systeme mit 45° geneigten Pendelstäben

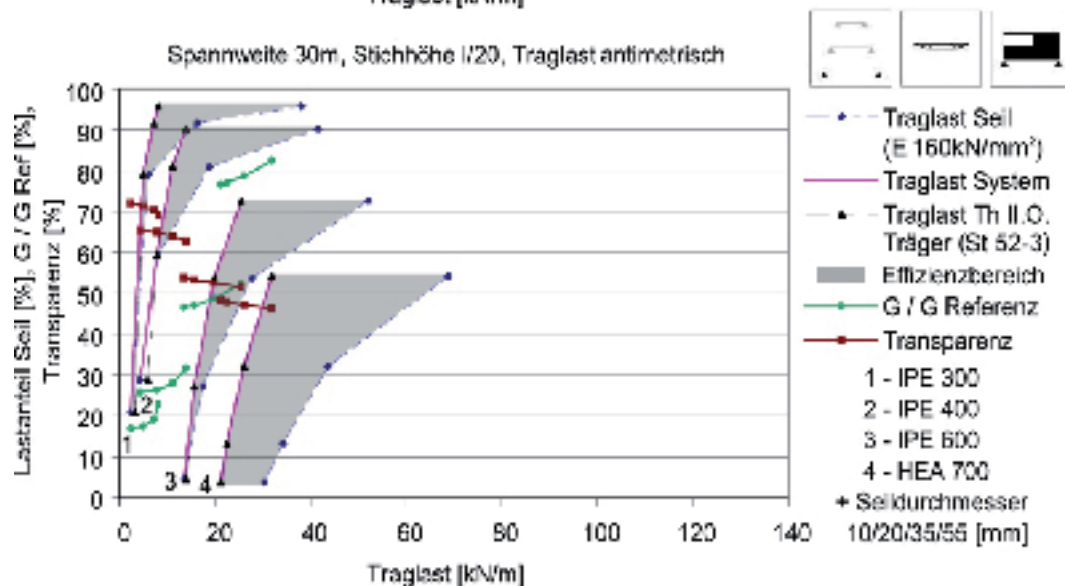
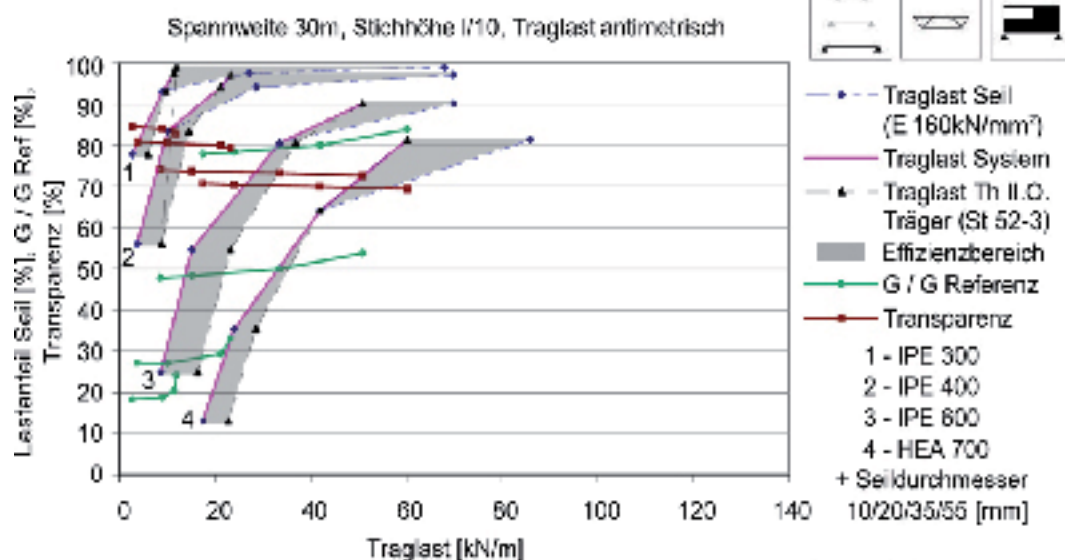
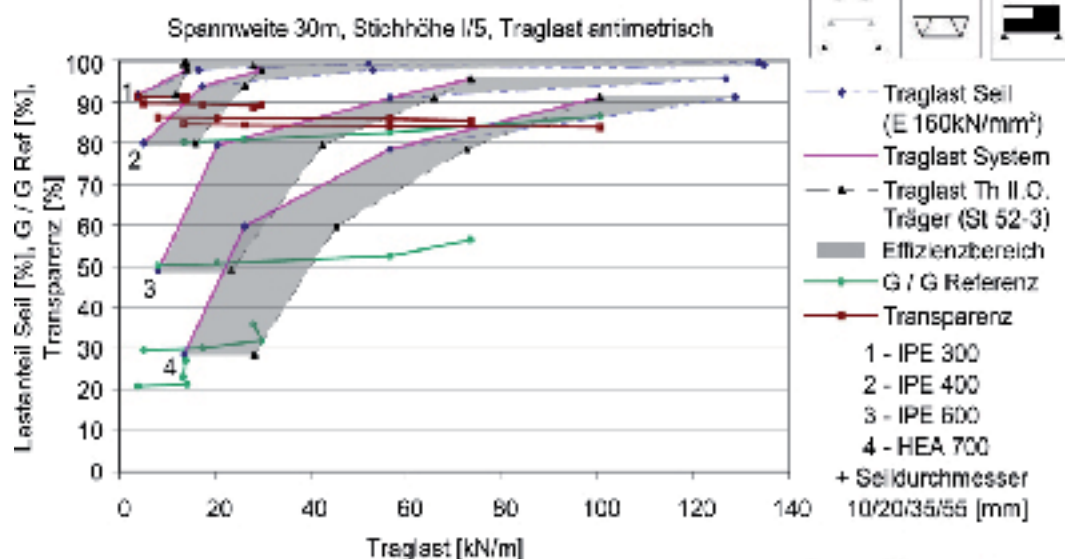


Diagramm 2 - 39

### 3 Tragwerksentwurf – Überschlagsformeln

Die nachfolgend hergeleiteten Formeln sollen in der Phase des Tragwerksentwurfs die Festlegung der Tragwerksgeometrie und der Tragwerkscharakteristik ermöglichen. Sie ersetzen keinesfalls eine genaue Berechnung zur Bestimmung der Bemessungsschnittgrößen, was aufgrund der Nichtlinearitäten im Verhalten der Seile auch nicht möglich wäre. Vielmehr soll der Tragwerksentwerfer mit einfachen Formeln in die Lage versetzt werden, im Zusammenspiel mit den Diagrammen aus Kapitel 2, ein für die jeweilige Entwurfsaufgabe optimiertes Tragwerk zu konzipieren. Damit kann über die Verteilung der Einzelsystemsteifigkeiten auf das Verhalten der Tragstruktur Einfluss genommen werden. Eine im Zuge der Ausführungsplanung notwendige Querschnittsänderung hat auf diese grundsätzliche Entscheidung nur geringen Einfluss.

Grundsätzlich gibt es für den Tragwerksentwerfer zwei Aufgabenstellungen: der Entwurf eines neuen Hybridsystems und die Transformation eines bestehenden Systems infolge neuer Randbedingungen. Im Falle des Entwurfs können die Steifigkeiten der Einzelsysteme entsprechend der gewollten Systemeigenschaften bestimmt werden. Die Transformation eines bestehenden Tragsystems zu einer hybriden Struktur bietet die Möglichkeit, das System über die Festlegung der Gewichtung der Einzelsystemsteifigkeiten nicht nur zu verstärken, sondern die Lastabtragscharakteristik des Hybridsystems auf die neuen Anforderungen optimal anzupassen.

Im Folgenden soll dieser Zusammenhang im Allgemeinen anhand der Darstellung eines Hybridsystems, gebildet aus zwei Einzelsystemen, in einem Last-Verformungs-Diagramm gezeigt werden. Daraus lassen sich allgemeine Zusammenhänge für das Verformungsverhalten einer Hybridstruktur ablesen. Diese allgemeinen Zusammenhänge werden dann für ausgewählte Systeme spezifiziert. Interessant für den Tragwerksent-

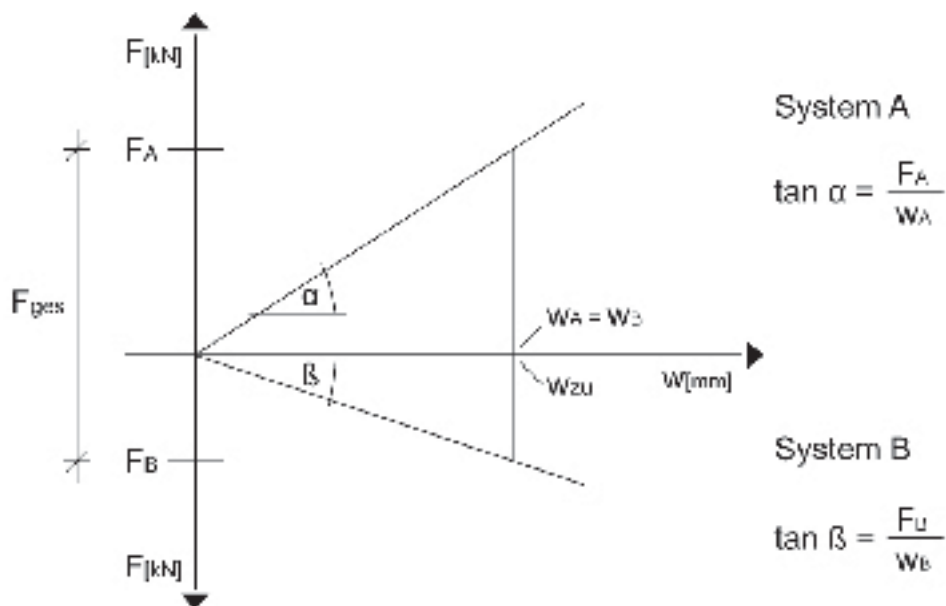


Abbildung 3 – 1: Last-Verformungsdiagramm

werfer ist hierbei die Bestimmung der für die gestellten Anforderungen erforderliche Hybridsteifigkeit und die Auswirkungen einzelner Parameter auf die Systemsteifigkeit der Einzelsysteme. Die Hybridsteifigkeit ist hierbei die Summe der Einzelsystemsteifigkeiten.

Die Steifigkeit jedes Teilsystems kann über die Verformung unter einer bestimmten Last definiert werden. Dabei ist der Steigungswinkel  $\alpha$  bzw.  $\beta$  ein Maß der Steifigkeit des Systems. Der Tangens des Winkels ist somit das Verhältnis der auf das System einwirkenden Kraft zur dadurch hervorgerufenen Verformung.

$$\tan \alpha = \frac{F_1}{w_1} \quad \text{und} \quad \tan \beta = \frac{F_2}{w_2} \quad (1)$$

In einem Hybridsystem sind die Verformungen der Einzelsysteme an bestimmten Stellen gekoppelt, jedes System erfährt einen Lastanteil aus der Gesamtbelastung, der dem Anteil der Einzelsystemsteifigkeit an der Systemgesamtsteifigkeit entspricht.

$$\frac{1}{w_{\text{sys}}} \cdot \sum_{i=1}^n F_i = \frac{F_{\text{ges}}}{(2nI'w)} \quad (2)$$

mit

$$w_1 = w_2 = w_{\text{sys}}$$

In der Gleichung beschreibt jeder der  $n$  Summanden die am Lastabtrag beteiligten Einzelsysteme der Hybridstruktur. Für den Fall des ebenen Systems eines unterspannten Trägers stünden zwei Summanden, für das flächige System der in zwei Richtungen unterspannten Platte vier Summanden in der Gleichung.

### 3.1 parabolisch unterspannter Träger

So kann das hybride System des parabolisch unterspannten Trägers wie hintenstehend beschrieben werden:

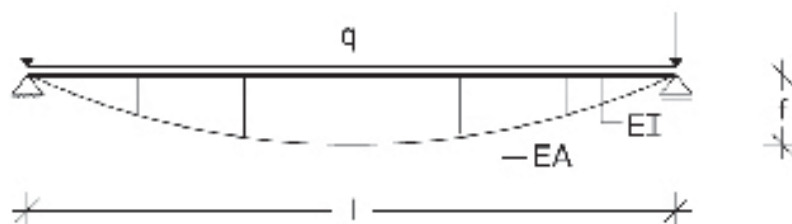


Abbildung 3 – 2: Systemskizze parabolisch unterspannter Träger

$$\frac{F_{\text{Träger}}}{w_{\text{Träger}}} + \frac{F_{\text{Stütze}}}{w_{\text{Stütze}}} = \frac{F_{\text{ges}}}{(2nI'w)} \quad (3)$$

mit

$$W_{\text{Träger}} = W_{\text{Seil}}$$

und zulässige Durchbiegung  $zul\ w \geq w_{\text{Träger}}$  bzw.  $w_{\text{Seil}}$

aus [11] 
$$W_{\text{Träger}} = \frac{5}{384} \frac{(q_{\text{Träger}} \cdot l^4)}{(E_{\text{Träger}} \cdot I)}$$

Durchbiegung in Feldmitte für den Träger und aus [12]

$$W_{\text{Seil}} = \frac{3}{16} \frac{l}{f} \cdot \Delta l$$

Durchbiegung in Feldmitte für das Seil

wird mit  $\Delta l = \frac{S \cdot l^3}{(E_{\text{Seil}} \cdot A)}$  und  $S \approx H = \frac{q_{\text{Seil}} \cdot l^2}{(8f)}$

und

$$F_{\text{Träger}} = q_{\text{Träger}} \cdot l, \quad F_{\text{Seil}} = q_{\text{Seil}} \cdot l, \quad F_{\text{ges}} = q \cdot l$$

$$\frac{(q_{\text{Träger}} \cdot l)}{\frac{5}{384} (E_{\text{Träger}} \cdot I)} + \frac{(q_{\text{Seil}} \cdot l)}{\frac{3}{128} (f^2 E_{\text{Seil}} \cdot A)} \geq \frac{(q \cdot l)}{(zul\ w)} \quad (4)$$

nach Kürzen und Ausklammern ergibt sich

$$\frac{1}{f^3} \left( \frac{384}{5} E_{\text{Träger}} \cdot I + \frac{128}{3} f^2 E_{\text{Seil}} \cdot A \right) \geq \frac{(q \cdot l)}{(zul\ w)} \quad (5)$$

Nach Umstellen ergibt sich

$$\left( \frac{384}{5} E_{\text{Träger}} \cdot I + \frac{128}{3} f^2 E_{\text{Seil}} \cdot A \right) \geq \frac{q \cdot l^4}{(zul\ w)} \quad (6)$$

In Gleichung 6 stehen auf der rechten Seite die vorgegebenen Randbedingungen: zulässige Durchbiegungsbeschränkung, Belastung und Systemlänge. Aus diesen Größen lässt sich die erforderliche Systemsteifigkeit zur Erfüllung der gestellten Anforderung z.B.  $zul\ w = L/250$  bestimmen.

$$\frac{(q \cdot l^4)}{(zul\ w)} \rightarrow 250 \cdot q \cdot l^4 \quad (7)$$



Auf der linken Seite sind in Gleichung 6 die Steifigkeitsanteile des Hybridsystems zusammengefasst.

Darin beschreibt der erste Term in der Klammer die Steifigkeit des Trägers

$$\frac{384}{5} E_{\text{Träger}} I$$

Auf die Trägersteifigkeit hat die Systemgeometrie, die Querschnittsgeometrie und das Material Einfluss.

Der zweite Term in Gleichung (6) beschreibt die Steifigkeit der Unterspannung.

$$\frac{128}{3} f^2 E_{\text{Seil}} A$$

Die Steifigkeit der Unterspannung wird durch die Seilgeometrie, die Seilfläche und das Material bestimmt.

Es ist leicht ersichtlich, dass der Tragwerksentwerfer die Lasten innerhalb des Hybridsystems über die Einzelsteifigkeit der Systeme nach seinen Vorgaben frei verteilen kann. Der Einfluss der Änderung eines Parameters ist aus der Gleichung erkennbar.

Mit Gleichung (6) kann das System des parabolisch unterspannten Trägers, welches nach eigenen Vorgaben hinsichtlich der Lastaufteilung den Anforderungen genügt, gefunden werden. Die Lastaufteilung innerhalb des Systems bestimmt sich über die Verhältnisswerte der Einzelsystemsteifigkeiten zur Gesamtsteifigkeit. Die Durchbiegung des Hybridsystems kann mit dem entsprechenden Lastanteil über die Durchbiegung eines Einzelsystems errechnet werden.

Die Intention, die Berechnungsformeln einfach und anschaulich zu gestalten, hat eine Unschärfe in den Ergebnissen zur Folge. In den Ergebnissen werden Abweichungen von 25% akzeptiert. Mit Hilfe einfacher Formeln soll ein in seinem Tragverhalten für eine bestimmte Aufgabe - hinsichtlich festgelegter Kriterien - optimales hybrides Tragsystem bestimmt werden können.

Die oben stehende Formel liefert für parabolisch unterspannte Systeme unter konstanter Linienlast mit Lastanteilen der Seile bis zu 80% gute bis sehr gute Ergebnisse. Steigt der Lastanteil der Unterspannung über diese Grenze, weichen die Ergebnisse der Formel bis zu einer Größenordnung von 1,5 zu dem errechneten Wert ab. Die Abweichungen resultieren aus zwei nicht berücksichtigten Einflüssen, die für Hybridsysteme mit hohem Lastanteil der Unterspannung Relevanz haben.

Die elastische Trägerdehnung infolge der Normalkraft führt zu einer Absenkung der Unterspannung und das nichtlineare Verhalten der Seile ist in der Formel nicht zu erfassen. Wie in den vorangegangenen Untersuchungen gezeigt, ist die Größe beider Einflüsse nichtlinear, da die Normalkraft des Seils, und somit auch die Normalkraft des Trägers von der Verformung des Hybridsystems abhängen und eine größer werdende Verformung zu den gegenteiligen Einflüssen Lastzuwachs infolge steigender

Steifigkeit und Lastabnahme infolge größer werdendem inneren Hebelarm führt.

Beide Einflüsse sind in Strukturen mit hohem Lastanteil der Unterspannung relevant, so dass für diese Systeme ein Anpassungsfaktor in Abhängigkeit des Verhältnisses Steifigkeit Biegeträger zu Steifigkeit Unterspannung, der Werte von 1,5 bis 1,2 annimmt, eingeführt wird.

In den Diagrammen 3-1a bis 3-1c sind die Berechnungsergebnisse der parabolisch unterspannten Systeme dargestellt. In den Diagrammen sind Systeme mit Spannweiten von 10m, 20m, 40m und den Stichhöhen  $f = l/5$ ,  $l/10$  und  $l/20$  dargestellt. Es sind jeweils die Verhältnisse der Trägerdurchbiegung in Feldmitte aus der FEM Berechnung zu der, mit Hilfe der Berechnungsformel bestimmten, Verformung über dem Verhältnis der Steifigkeiten Biegeträger zu Unterspannung dargestellt. Der besseren Darstellung halber ist die Abszisse logarithmisch eingeteilt.

Abweichungen der Berechnungsergebnisse jenseits der Steifigkeitsverhältnisse von 0,5 sind fast ausschließlich bei Systemen mit einem Spannweiten / Durchbiegungsverhältnis von weniger als 200 zu beobachten, sie sind somit für die praktische Verwendung irrelevant.

Des weiteren ist die Größe der Belastung für Hybridsysteme mit geringer geometrischer Steifigkeit der Unterspannung relevant. In den Diagrammen 3-2a und 3-2b ist die Genauigkeit der Berechnungsformel für Hybridsysteme unter ansteigender Belastung dargestellt.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung zeigen, dass die Berechnungsformel für weiche Systeme mit zunehmender Belastung ungenauer wird. Große Abweichungen in der Berechnung unter ansteigender Last treten allerdings nur für Hybridsysteme mit einem Verhältnis von Spannweite zu Durchbiegung gemäß FEM Berechnung von weniger als 200 auf, somit für Systeme, die in einem Entwurfsstadium aufgrund der anzusetzenden Verformungsbegrenzung nicht ausgewählt würden. Dieses nichtlineare Verhalten wird zu Gunsten einer einfachen Handhabung der Berechnungsformel aus obigem Grunde nicht erfasst.

Parabolisch Unterspannte Systeme  
Spannweite 20m, Stichtiefe I/5, I/10, I/20, konstante Last 10 kN/m

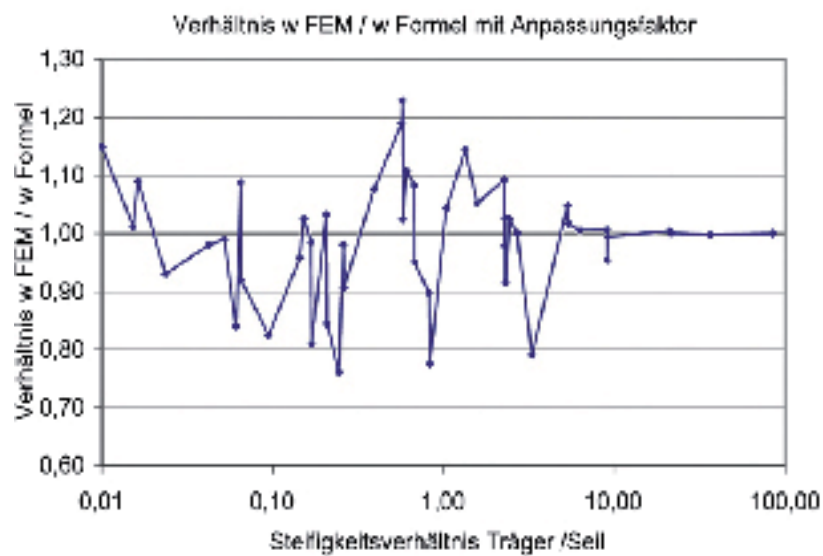
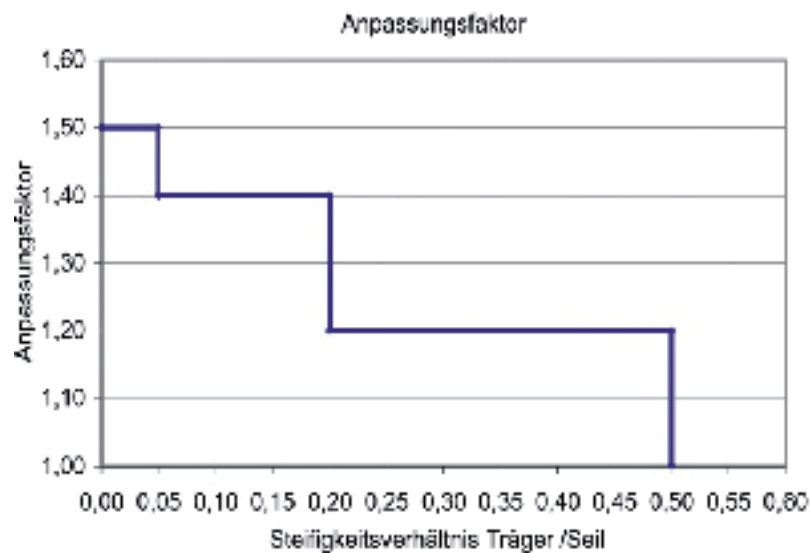
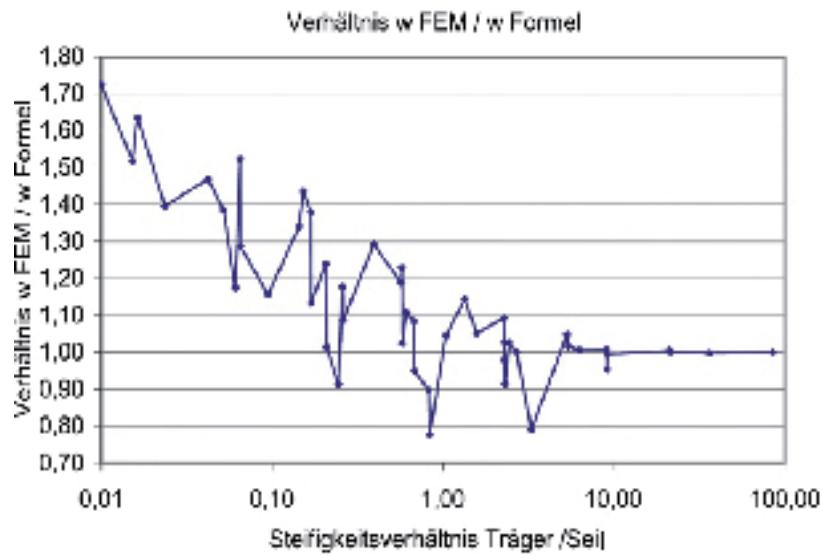


Diagramm 3 - 1a

Parabolisch Unterspannte Systeme  
Spannweite 10m, Stichtiefe I/5, I/10, I/20, konstante Last 10 kN/m

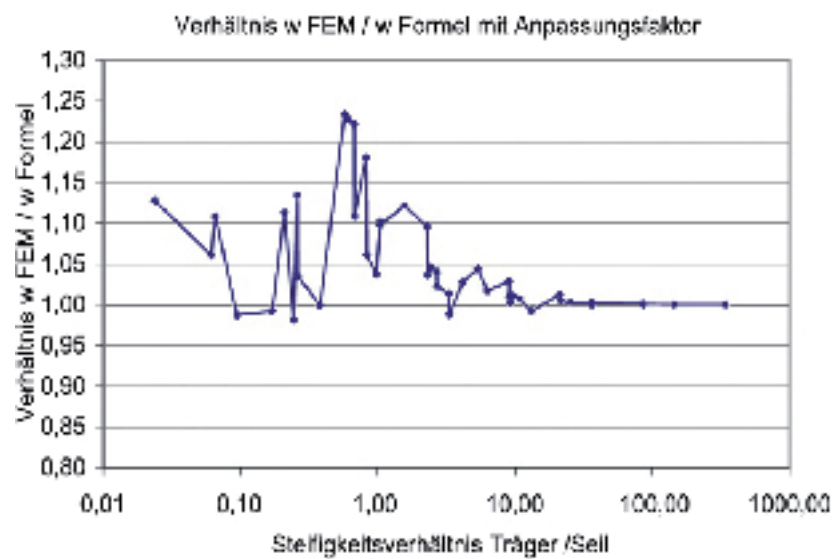
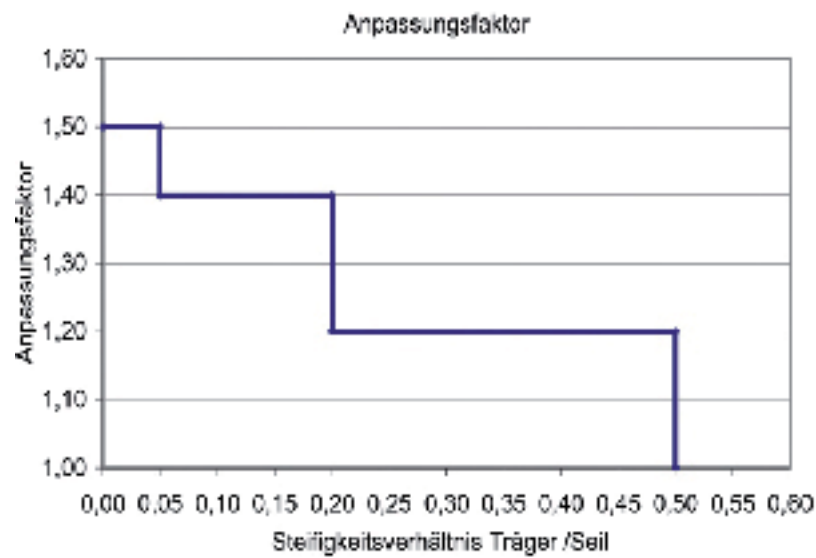
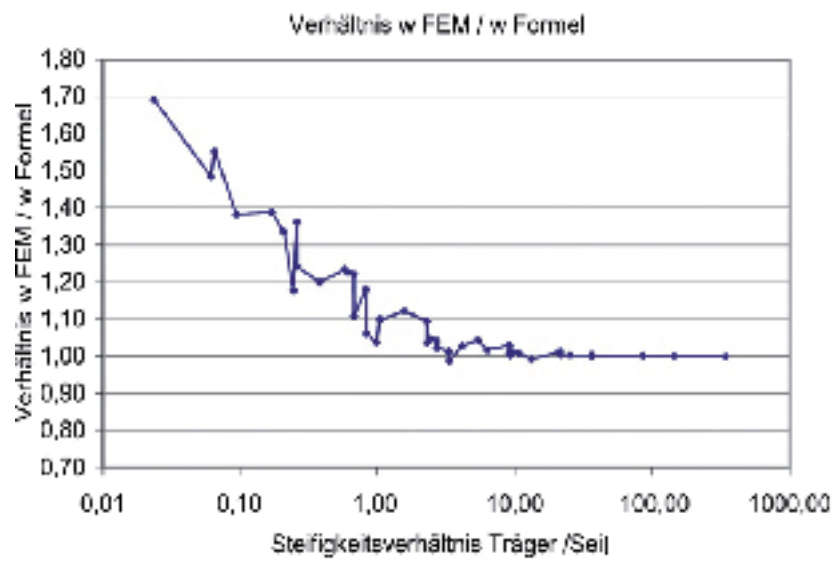


Diagramm 3 - 1b



Parabolisch Unterspannte Systeme  
Spannweite 40m, Stichtiefe I/5, I/10, I/20, konstante Last 10 kN/m

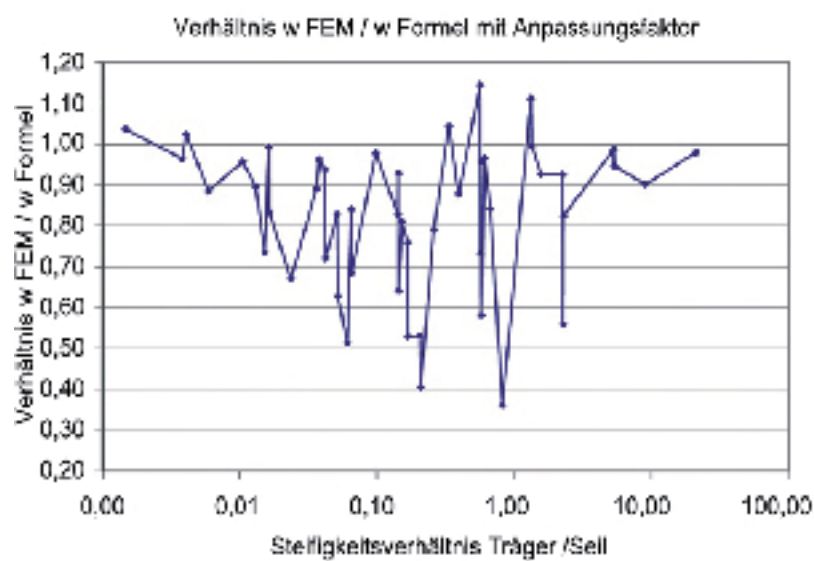
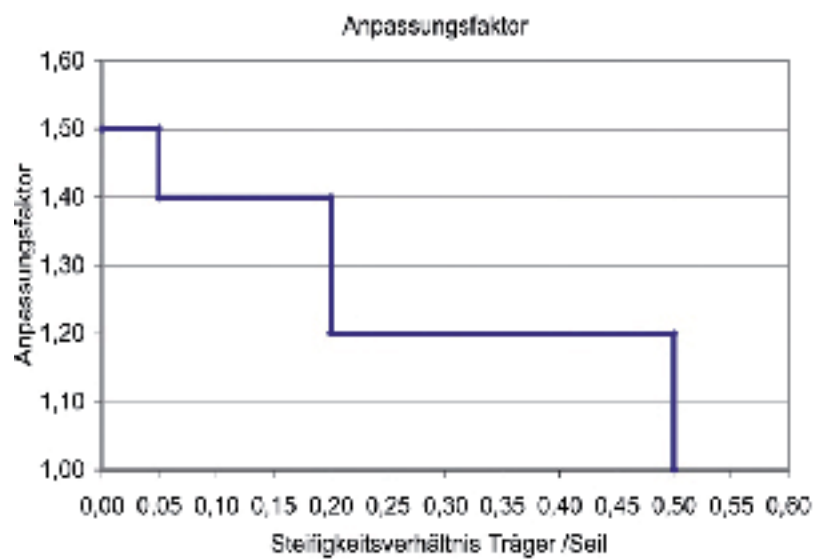
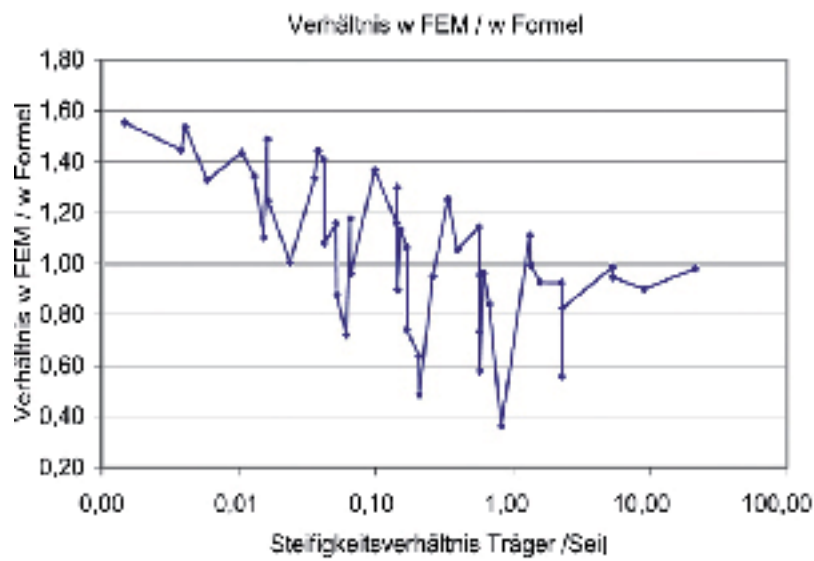


Diagramm 3 - 1c

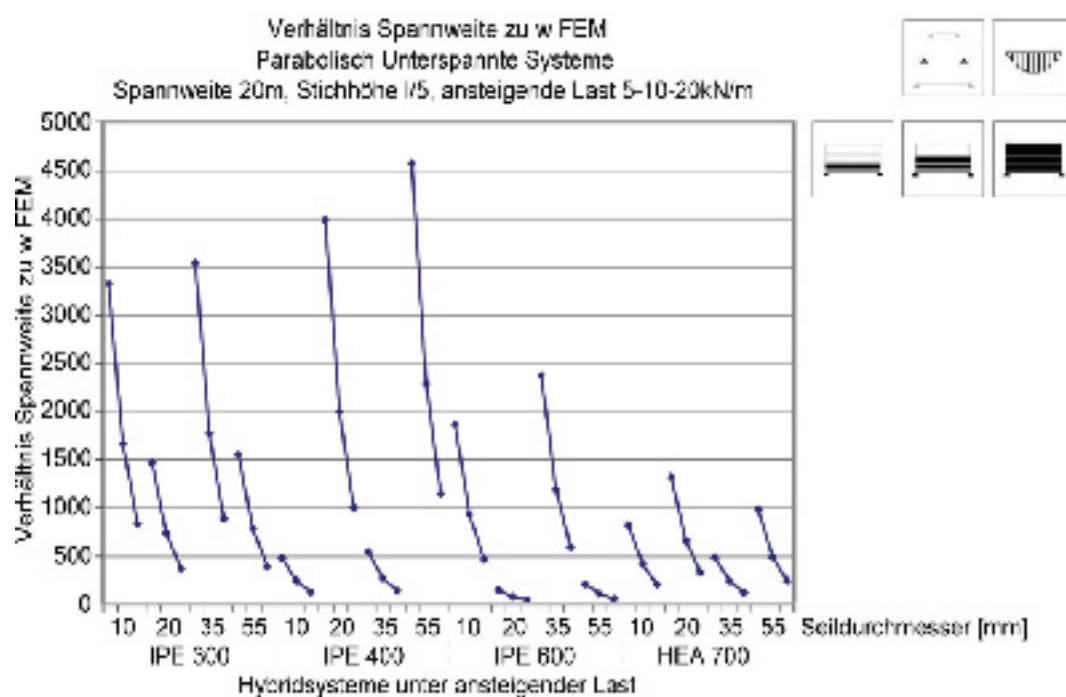
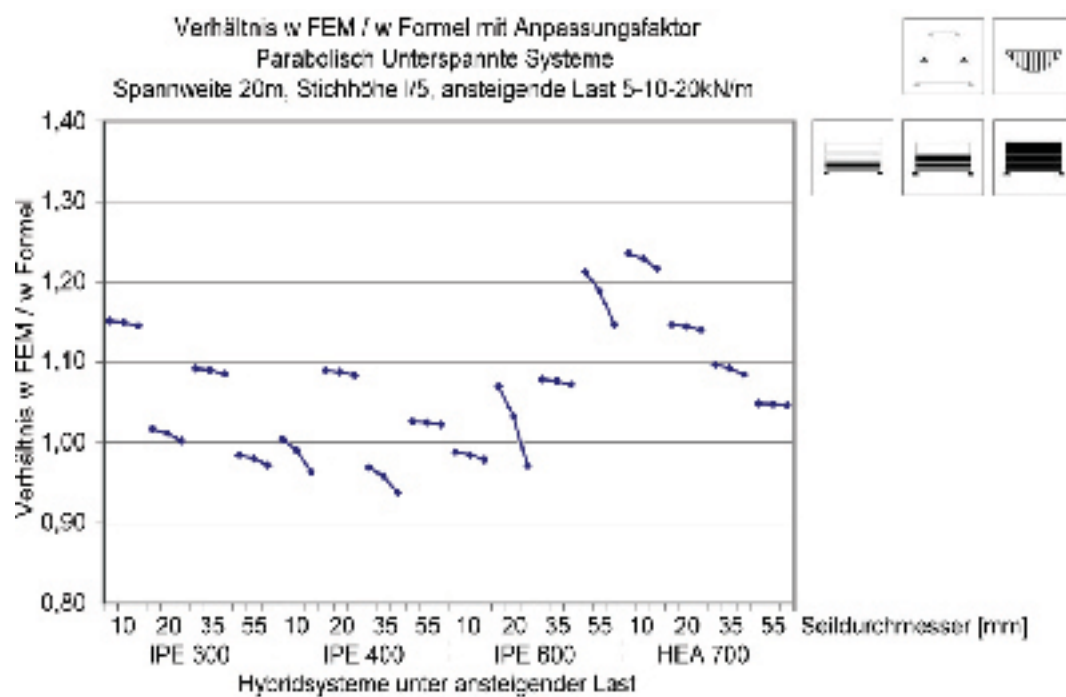


Diagramm 3 - 2a

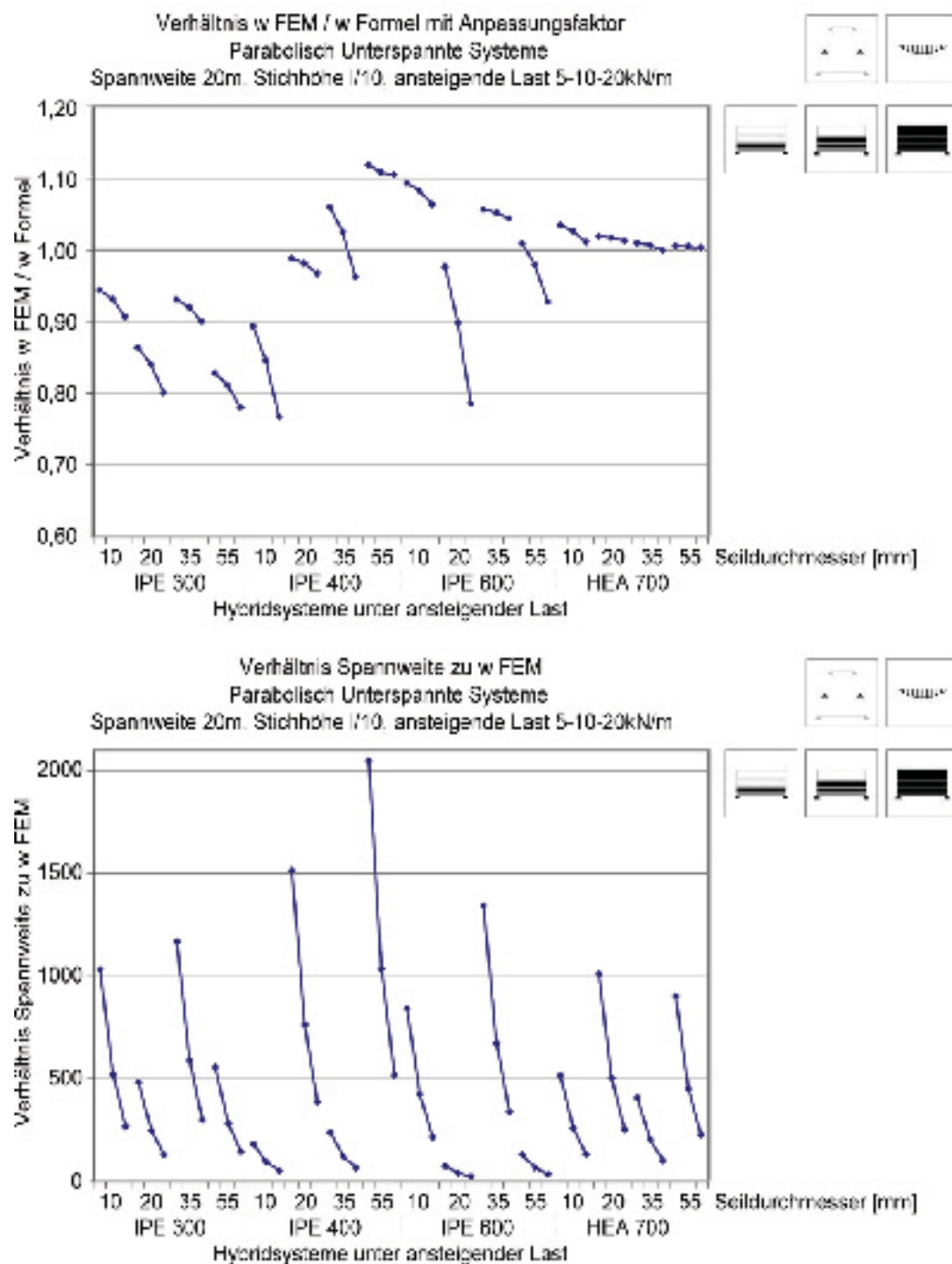


Diagramm 3 - 2b

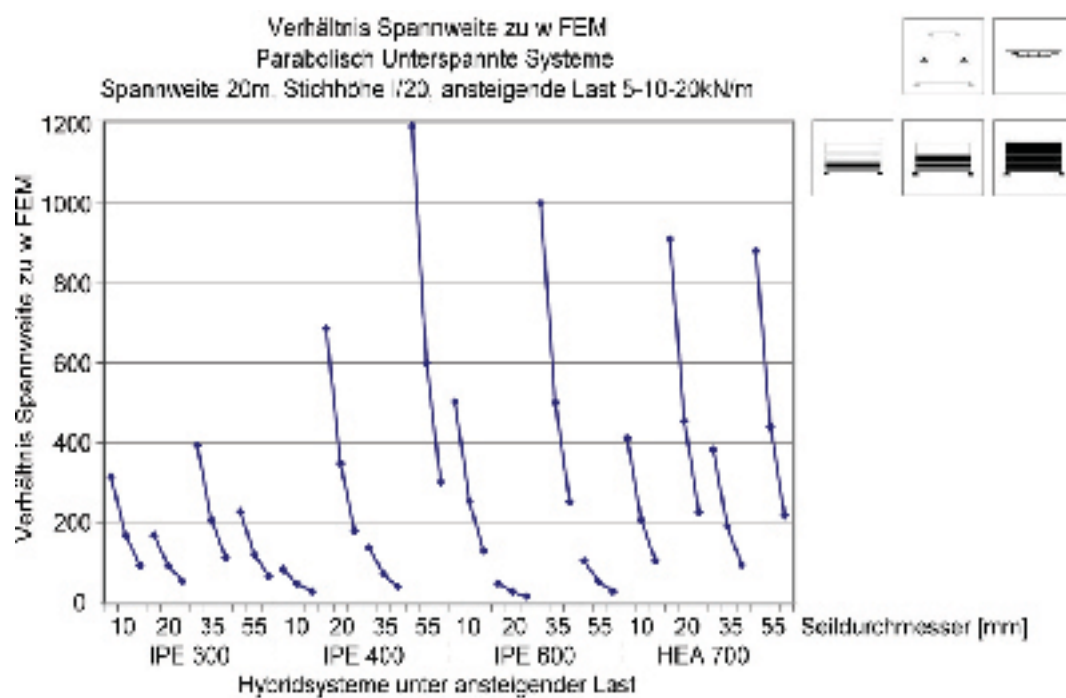
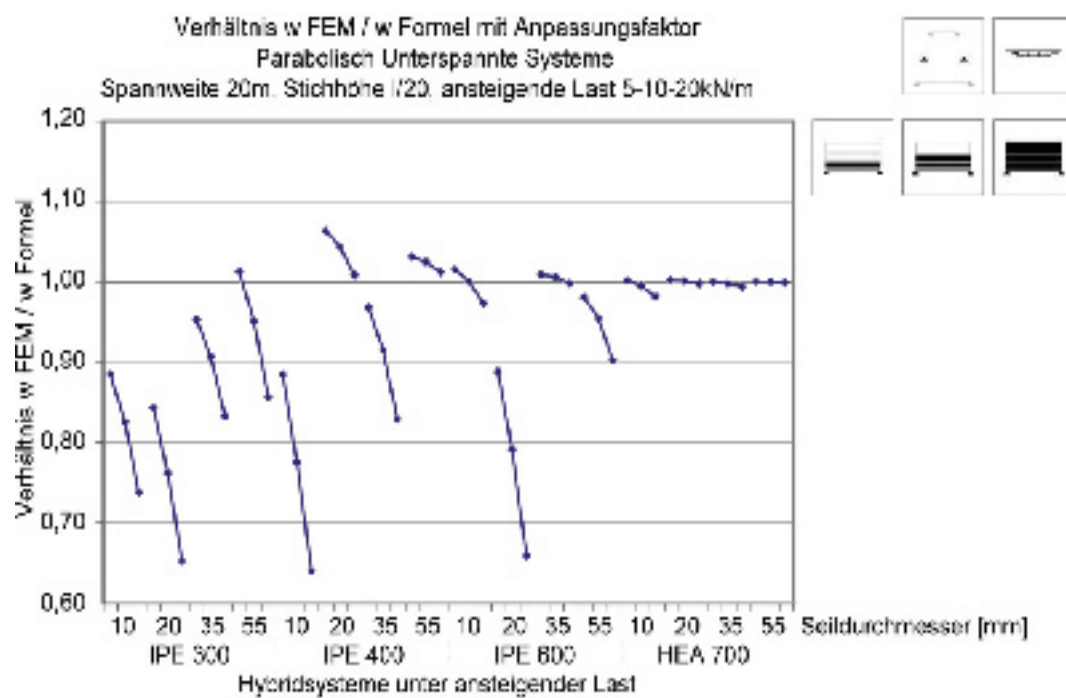


Diagramm 3 - 2c



